Programme du diplôme

Guide de mathématiques : analyse et approches

Première évaluation en 2021

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

Programme du diplôme

Guide de mathématiques : analyse et approches

Première évaluation en 2021

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

Programme du diplôme
Guide de mathématiques : analyse et approches

Version française de la publication parue originalement en anglais en février 2019
sous le titre *Mathematics: analysis and approaches guide*

Publiée en février 2019
Mise à jour en août 2019

Publiée pour le compte de l'Organisation du Baccalauréat International, fondation éducative à but non lucratif sise 15 Route des Morillons, CH-1218 Le Grand-Saconnex, Genève, Suisse, par

International Baccalaureate Organization (UK) Ltd
Peterson House, Malthouse Avenue, Cardiff Gate
Cardiff, Pays de Galles CF23 8GL
Royaume-Uni
Site Web : https://ibo.org/fr/

L'Organisation du Baccalauréat International (couramment appelée l'IB) propose quatre programmes d'éducation stimulants et de grande qualité à une communauté mondiale d'établissements scolaires, dans le but de bâtir un monde meilleur et plus paisible. Cette publication fait partie du matériel publié pour appuyer la mise en œuvre de ces programmes.

L'IB peut être amené à utiliser des sources variées dans ses travaux, mais vérifie toujours l'exactitude et l'authenticité des informations employées, en particulier dans le cas de sources participatives telles que Wikipédia. L'IB respecte les principes de la propriété intellectuelle et s'efforce toujours d'identifier les détenteurs des droits relatifs à tout matériel protégé par le droit d'auteur et d'obtenir d'eux, avant publication, l'autorisation de réutiliser ce matériel. L'IB tient à remercier les détenteurs de droits d'auteur qui ont autorisé la réutilisation du matériel apparaissant dans cette publication et s'engage à rectifier dans les meilleurs délais toute erreur ou omission.

Le générique masculin est utilisé ici sans aucune discrimination et uniquement pour alléger le texte.

Dans le respect de l'esprit international cher à l'IB, le français utilisé dans le présent document se veut standard et compréhensible par tous, et non propre à une région particulière du monde.

Déclaration de mission de l’IB

Le Baccalauréat International (IB) a pour but de développer chez les jeunes la curiosité intellectuelle, les connaissances et la sensibilité nécessaires pour contribuer à bâtir un monde meilleur et plus paisible, dans un esprit d’entente mutuelle et de respect interculturel.

À cette fin, l’IB collabore avec des établissements scolaires, des gouvernements et des organisations internationales pour mettre au point des programmes d’éducation internationale stimulants et des méthodes d’évaluation rigoureuses.

Ces programmes encouragent les élèves de tout pays à apprendre activement tout au long de leur vie, à être empreints de compassion, et à comprendre que les autres, en étant différents, puissent aussi être dans le vrai.

Profil de l'apprenant de l'IB

Tous les programmes de l'IB ont pour but de former des personnes sensibles à la réalité internationale, conscientes des liens qui unissent entre eux les humains, soucieuses de la responsabilité de chacun envers la planète et désireuses de contribuer à l'édification d'un monde meilleur et plus paisible.

En tant qu'apprenants de l'IB, nous nous efforçons d'être :

CHERCHEURS
Nous cultivons notre curiosité tout en développant des capacités d'investigation et de recherche. Nous savons apprendre indépendamment et en groupe. Nous apprenons avec enthousiasme et nous conservons notre plaisir d'apprendre tout au long de notre vie.

INFORMÉS
Nous développons et utilisons une compréhension conceptuelle, en explorant la connaissance dans un ensemble de disciplines. Nous nous penchons sur des questions et des idées qui ont de l'importance à l'échelle locale et mondiale.

SENSÉS
Nous utilisons nos capacités de réflexion critique et créative, afin d'analyser des problèmes complexes et d'entreprendre des actions responsables. Nous prenons des décisions réfléchies et éthiques de notre propre initiative.

COMMUNICATIFS
Nous nous exprimons avec assurance et créativité dans plus d'une langue ou d'un langage et de différentes façons. Nous écoutons également les points de vue d'autres individus et groupes, ce qui nous permet de collaborer efficacement avec eux.

INTÈGRES
Nous adhérons à des principes d'intégrité et d'honnêteté, et possédons un sens profond de l'équité, de la justice et du respect de la dignité et des droits de chacun, partout dans le monde. Nous sommes responsables de nos actes et de leurs conséquences.

OUVERTS D'ESPRIT
Nous portons un regard critique sur nos propres cultures et expériences personnelles, ainsi que sur les valeurs et traditions d'autrui. Nous recherchons et évaluons un éventail de points de vue et nous sommes disposés à en tirer des enrichissements.

ALTRUISTES
Nous faisons preuve d'empathie, de compassion et de respect. Nous accordons une grande importance à l'entraide et nous œuvrons concrètement à l'amélioration de l'existence d'autrui et du monde qui nous entoure.

AUDACIEUX
Nous abordons les incertitudes avec discernement et détermination. Nous travaillons de façon autonome et coopérative pour explorer de nouvelles idées et des stratégies innovantes. Nous sommes ingénieux et nous savons nous adapter aux défis et aux changements.

ÉQUILIBRÉS
Nous accordons une importance équivalente aux différents aspects de nos vies – intellectuel, physique et affectif – dans l'atteinte de notre bien-être personnel et de celui des autres. Nous reconnaissons notre interdépendance avec les autres et le monde dans lequel nous vivons.

RÉFLÉCHIS
Nous abordons de manière réfléchie le monde qui nous entoure, ainsi que nos propres idées et expériences. Nous nous efforçons de comprendre nos forces et nos faiblesses afin d'améliorer notre apprentissage et notre développement personnel.

Le profil de l'apprenant de l'IB incarne dix qualités mises en avant par les écoles du monde de l'IB. Nous sommes convaincus que ces qualités, et d'autres qui leur sont liées, peuvent aider les individus à devenir des membres responsables au sein des communautés locales, nationales et mondiales.

Table des matières

Objet de ce document

Cette publication a pour but de guider la planification, l'enseignement et l'évaluation de la matière dans les établissements scolaires. Elle s'adresse avant tout aux enseignants concernés, même si ces derniers l'utiliseront également pour fournir aux élèves et à leurs parents des informations sur la matière.

Ce guide est disponible sur la page du Centre de ressources pédagogiques consacrée à cette matière, à l'adresse https://resources.ibo.org. Le Centre de ressources pédagogiques est un site Web à accès protégé par mot de passe, conçu pour les enseignants des programmes de l'IB. Cette publication est également en vente sur le site du magasin de l'IB, accessible en ligne à l'adresse https://www.store.ibo.org.

Ressources complémentaires

D'autres publications, telles que des spécimens d'épreuves et des barèmes de notation, du matériel de soutien pédagogique, des rapports pédagogiques et des descripteurs des notes finales, se trouvent également sur le Centre de ressources pédagogiques. Par ailleurs, des sujets d'examen des sessions précédentes et les barèmes de notation correspondants sont en vente sur le magasin de l'IB.

Les enseignants sont encouragés à consulter régulièrement le Centre de ressources pédagogiques où ils pourront trouver des ressources complémentaires créées ou utilisées par d'autres enseignants. Ils pourront également y ajouter des informations sur des ressources qu'ils ont trouvées utiles, telles que des sites Web, des ouvrages de référence, des vidéos, des revues ou des idées d'enseignement.

Remerciements

L'IB tient à remercier les professionnels de l'éducation et leurs établissements respectifs pour la généreuse contribution qu'ils ont apportée à l'élaboration de ce guide en matière de temps et de ressources.

Première évaluation en 2021

Le Programme du diplôme

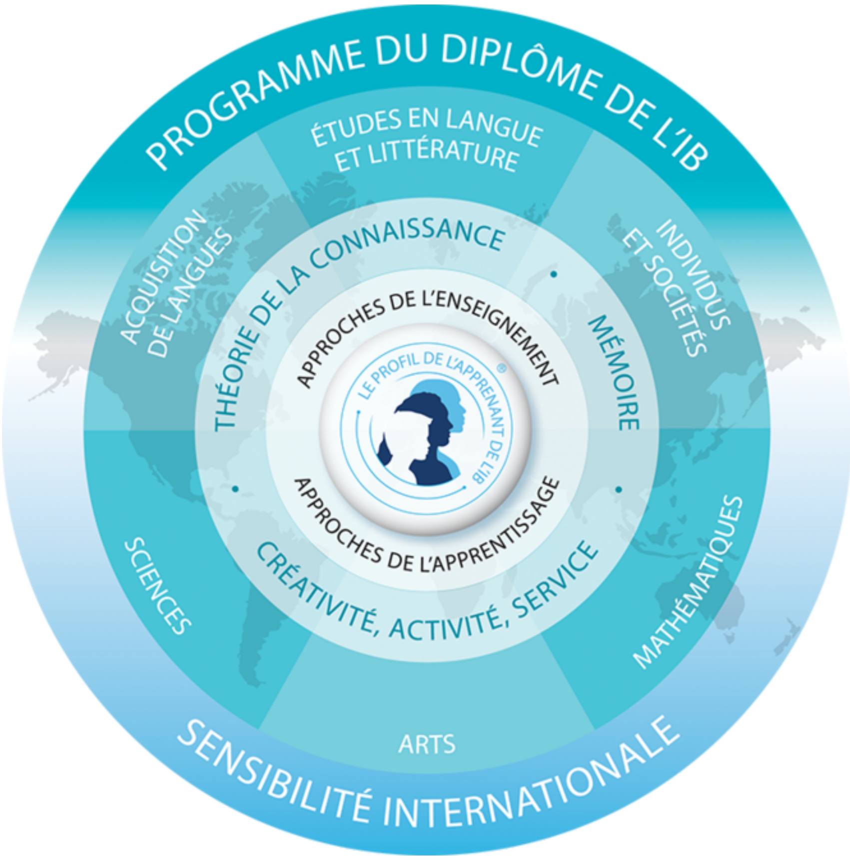
Le Programme du diplôme est un programme d'études préuniversitaires rigoureux qui s'étend sur deux ans et s'adresse aux jeunes de 16 à 19 ans. Il couvre une grande sélection de domaines d'études et a pour but d'encourager les élèves non seulement à développer leurs connaissances, mais également à faire preuve de curiosité intellectuelle ainsi que d'altruisme et de compassion. Ce programme insiste fortement sur le besoin de favoriser chez les élèves le développement de la compréhension interculturelle, de l'ouverture d'esprit et des attitudes qui leur seront nécessaires pour apprendre à respecter et à évaluer tout un éventail de points de vue.

Le modèle du Programme du diplôme

Le programme est divisé en six domaines d'études, répartis autour d'un tronc commun (voir figure 1). Cette structure favorise l'étude simultanée d'une palette de domaines d'études. Ainsi, les élèves étudient deux langues vivantes (ou une langue vivante et une langue classique), une matière de sciences humaines ou de sciences sociales, une science expérimentale, les mathématiques et une discipline artistique. C'est ce vaste éventail de matières qui fait du Programme du diplôme un programme d'études exigeant conçu pour préparer efficacement les élèves à leur entrée à l'université. Une certaine latitude est néanmoins accordée aux élèves dans leur choix de matières au sein de chaque domaine d'études. Ils peuvent ainsi opter pour des matières qui les intéressent tout particulièrement et qu'ils souhaiteront peut-être continuer à étudier à l'université.

Figure 1

Le modèle du Programme du diplôme



Choix de la bonne combinaison

Les élèves doivent choisir une matière dans chaque domaine d'études. Ils ont cependant la possibilité de choisir deux matières dans un même domaine d'études à la place d'une matière artistique. En principe, trois matières (et au plus quatre) doivent être étudiées au niveau supérieur (NS) et les autres au niveau moyen (NM). L'IB recommande 240 heures d'enseignement pour les matières du NS et 150 heures pour celles du NM. Au NS, l'étude des matières est plus étendue et plus approfondie qu'au NM.

De nombreuses compétences sont développées à ces deux niveaux, en particulier les compétences d'analyse et de pensée critique. À la fin du programme, les aptitudes des élèves sont mesurées au moyen d'une évaluation externe. Dans de nombreuses matières, l'évaluation finale comprend également une part de travaux évalués directement par les enseignants.

Le tronc commun du Programme du diplôme

Tous les élèves du Programme du diplôme prennent part aux trois composantes obligatoires qui constituent le tronc commun du programme.

Le cours de théorie de la connaissance (TdC) demande essentiellement aux élèves de faire appel à la pensée critique et de réfléchir sur le processus cognitif plutôt que d'apprendre un ensemble de connaissances spécifiques. La TdC amène les élèves à explorer la nature de la connaissance et à examiner comment nous connaissons ce que nous prétendons connaître. Pour ce faire, elle les incite à analyser des assertions et à explorer des questions relatives à la construction de la connaissance. La TdC met l'accent sur les liens entre les différents domaines de connaissances partagées et les relie aux connaissances personnelles de telle sorte que l'individu prenne conscience de ses propres perspectives et de la façon dont elles peuvent différer de celles d'autrui.

Le programme créativité, activité, service (CAS) occupe une place centrale dans le Programme du diplôme. Ce programme s'attache à aider les élèves à développer leur propre identité conformément aux principes éthiques exprimés dans la déclaration de mission de l'IB et dans le profil de l'apprenant de l'IB. Il implique les élèves dans un éventail d'activités tout au long de leurs études dans le Programme du diplôme. Le programme CAS est constitué de trois composantes : créativité (arts et autres expériences impliquant la pensée créative), activité (activité physique contribuant à un mode de vie sain) et service (échange volontaire et non rémunéré enrichissant l'apprentissage de l'élève). Le programme CAS contribue probablement plus que toute autre composante du Programme du diplôme à la mission de l'IB, qui est de bâtir un monde meilleur et plus paisible, dans un esprit d'entente mutuelle et de respect interculturel.

Le mémoire, y compris le mémoire en étude du monde contemporain, est un travail de recherche indépendant de 4 000 mots maximum permettant aux élèves d'étudier un sujet qui les intéresse tout particulièrement. Les élèves choisissent parmi les six matières du Programme du diplôme qu'ils étudient la matière sur laquelle porteront leurs recherches (ou les matières dans le cas du mémoire interdisciplinaire en étude du monde contemporain). Cette composante leur offre également l'occasion de se familiariser avec les techniques de recherche individuelle et d'expression écrite requises au niveau universitaire. Ces recherches aboutissent à la production d'un important travail écrit, structuré et présenté de manière formelle. Les idées et les découvertes de l'élève y sont présentées avec cohérence sous la forme d'un raisonnement adapté à la ou aux matières choisies. Le mémoire vise à promouvoir des compétences de recherche et d'expression écrite de haut niveau, la découverte intellectuelle et la créativité. Il fournit une expérience d'apprentissage authentique aux élèves et leur offre l'occasion de se lancer dans une recherche personnelle sur le sujet de leur choix, sous la direction d'un superviseur.

Approches de l'enseignement et approches de l'apprentissage

Les approches de l'enseignement et de l'apprentissage dans le Programme du diplôme désignent des stratégies, des compétences et des attitudes déterminées imprégnant l'environnement d'enseignement et d'apprentissage. Ces outils et approches, intrinsèquement liés aux qualités du profil de l'apprenant, consolident l'apprentissage des élèves et les aident à se préparer à l'évaluation dans le cadre du Programme du diplôme et au-delà. Les approches de l'enseignement et de l'apprentissage dans le Programme du diplôme visent à :

- permettre aux enseignants de concevoir leur rôle comme celui de formateur d'apprenants autant que d'enseignant de contenus ;
- donner aux enseignants la possibilité de mettre en place des stratégies plus claires pour que les expériences d'apprentissage des élèves leur permettent de s'impliquer davantage et de façon plus significative dans la recherche structurée et la pensée critique et créative ;
- promouvoir les objectifs globaux de chaque matière (faisant d'eux plus que de simples aspirations pour le cours) ainsi que la mise en relation de connaissances préalablement isolées (simultanéité des apprentissages) ;
- encourager les élèves à développer un éventail explicite de compétences de façon à les doter d'outils leur permettant de continuer à s'instruire activement après leur départ de l'établissement, et non seulement les aider à obtenir de meilleurs résultats pour être admis à l'université, mais aussi les préparer à réussir dans leurs études supérieures et au-delà ;
- renforcer davantage la cohérence et la pertinence de l'expérience du Programme du diplôme pour les élèves ;
- permettre aux établissements d'identifier ce qui fait le propre de l'éducation du Programme du diplôme de l'IB, avec son mélange d'idéalisme et de pragmatisme.

Les cinq approches de l'apprentissage (compétences de pensée, compétences sociales, compétences de communication, compétences d'autogestion et compétences de recherche) et les six approches de l'enseignement (un enseignement reposant sur la recherche, inspiré par des concepts, mis en contexte, collaboratif, différencié et reposant sur l'évaluation) couvrent les valeurs et les principes fondamentaux qui sous-tendent la pédagogie de l'IB.

La déclaration de mission de l'IB et le profil de l'apprenant de l'IB

Le Programme du diplôme vise à développer chez les élèves les connaissances, les compétences et les attitudes dont ils auront besoin pour atteindre les objectifs établis par l'IB, tels que définis dans la déclaration de mission de l'organisation et dans le profil de l'apprenant. Ainsi, l'enseignement et l'apprentissage dans le Programme du diplôme sont la concrétisation quotidienne de la philosophie éducationnelle de l'organisation.

Intégrité intellectuelle

L'intégrité intellectuelle dans le Programme du diplôme est un ensemble de valeurs et de comportements reposant sur les qualités du profil de l'apprenant. Dans le cadre de l'enseignement, de l'apprentissage et de l'évaluation, l'intégrité intellectuelle permet de promouvoir l'intégrité de chacun, de susciter le respect de l'intégrité d'autrui et de son travail, et de garantir que tous les élèves ont la même opportunité de démontrer les connaissances et les compétences qu'ils acquièrent au cours de leurs études.

Tous les travaux, notamment ceux soumis à l'évaluation, doivent être authentiques et basés sur les propres idées de l'élève et doivent clairement identifier le travail et les idées empruntés à autrui. Les tâches d'évaluation qui exigent des enseignants qu'ils fournissent des conseils aux élèves ou qui exigent des élèves un travail en groupe doivent être réalisées conformément aux directives détaillées fournies par l'IB pour la matière concernée.

Pour obtenir de plus amples informations sur l'intégrité intellectuelle au sein de l'IB et du Programme du diplôme, veuillez consulter les publications de l'IB intitulées *L'intégrité intellectuelle au sein de l'IB*, *Savoir citer et référencer ses sources*, *Le Programme du diplôme : des principes à la pratique* et *Règlement général du Programme du diplôme*. Le présent guide contient des informations spécifiques relatives à l'intégrité intellectuelle telle qu'elle s'applique aux composantes d'évaluation externe et interne de cette matière du Programme du diplôme.

Mention des sources des idées ou des travaux empruntés à autrui

Il est rappelé aux coordonnateurs et aux enseignants que les candidats doivent citer toutes les sources utilisées dans les travaux soumis à l'évaluation. Les informations fournies ci-après visent à clarifier cette exigence.

Les travaux que les candidats du Programme du diplôme remettent pour l'évaluation se présentent sous diverses formes et peuvent inclure des supports tels que du matériel audiovisuel, des textes, des graphiques, des images et/ou des données provenant de sources imprimées ou électroniques. Si un candidat utilise les travaux ou les idées d'une autre personne, il doit en citer la source en appliquant de manière systématique une méthode conventionnelle de mention des sources. Tout candidat ne respectant pas cette exigence sera soupçonné d'avoir commis une infraction au règlement. L'IB mènera alors une enquête qui pourra donner lieu à l'application d'une sanction par le comité d'attribution des notes finales de l'IB.

L'IB ne prescrit pas de méthode particulière à imposer aux candidats en ce qui concerne la mention des sources ou la présentation des citations au sein du texte ; cette décision est laissée à la discrétion des membres du personnel ou du corps enseignant concernés de l'établissement. En raison du large éventail de matières, des trois langues d'usage et de la diversité des méthodes de mention des sources, il serait irréalisable et restrictif de privilégier l'emploi de méthodes particulières. Dans la pratique, certaines méthodes sont plus largement utilisées, mais les établissements sont libres de choisir une méthode adaptée à la matière concernée et à la langue dans laquelle les candidats rédigent leur travail. Quelle que soit la méthode adoptée par l'établissement pour une matière donnée, il est attendu des candidats qu'ils fournissent au minimum les informations suivantes : le nom de l'auteur, la date de publication, le titre de la source et les numéros de page, le cas échéant.

Les candidats doivent utiliser une méthode conventionnelle et l'appliquer de manière systématique afin de citer toutes les sources utilisées, y compris les sources paraphrasées ou résumées. Lors de la rédaction d'un texte, les candidats doivent établir une distinction nette entre leurs propres idées et celles empruntées à autrui, en utilisant des guillemets (ou tout autre moyen tel que la mise en retrait du texte) suivis d'une citation adaptée renvoyant à une référence dans la bibliographie. Si une source électronique est citée, la date de consultation doit impérativement être précisée. Il n'est pas attendu des candidats qu'ils maîtrisent parfaitement l'utilisation des méthodes de mention des sources. En revanche, ils doivent démontrer qu'ils ont bien cité toutes les sources utilisées. Les candidats doivent être informés qu'ils sont tenus d'identifier l'origine du matériel audiovisuel, des textes, des graphiques, des images et/ou des données provenant de sources imprimées ou électroniques dont ils ne sont pas l'auteur. Là encore, ils doivent utiliser une méthode adéquate de mention/citation des sources.

Diversité d'apprentissage et soutien en matière d'apprentissage

Les établissements doivent s'assurer que les candidats ayant des besoins en matière de soutien à l'apprentissage bénéficient d'ajustements raisonnables leur garantissant l'égalité de l'accès aux programmes de l'IB, conformément à la politique d'accès et d'inclusion de l'IB ainsi qu'au document intitulé *La diversité d'apprentissage et l'inclusion dans les programmes de l'IB*.

Les documents de l'IB intitulés *Répondre aux divers besoins éducationnels des élèves dans la salle de classe* et *Guide de l'IB pour une éducation inclusive : ressource pour un développement à l'échelle de l'établissement* visent à aider les établissements dans le processus continu d'élargissement de l'accès et de renforcement de l'investissement, en supprimant les barrières qui font obstacle à l'apprentissage.

Nature des mathématiques

Introduction

Les mathématiques ont été décrites comme l'étude de la structure, de l'ordre et de la relation ayant découlé des pratiques de dénombrement, de mesure et de description des objets. Il s'agit d'un langage unique qui nous permet de décrire, d'explorer et d'expliquer la nature du monde qui nous entoure, tout en constituant constamment un ensemble de connaissances et de vérités, qui se distingue par la certitude qui lui est associée. Les mathématiques sont une discipline que l'on peut étudier à la fois pour le plaisir et pour explorer ou comprendre le monde dans lequel nous vivons. Ces deux aspects distincts restent étroitement liés.

Les mathématiques reposent sur des concepts abstraits et sur la généralisation. Elles sont le prolongement d'idées et se développent par la mise en relation de ces idées et l'élaboration de nouvelles idées. Les idées mathématiques peuvent ne pas avoir d'application pratique immédiate. Il s'agit alors de trouver de nouvelles connaissances et vérités mathématiques. Ces nouvelles connaissances prennent la forme de théorèmes, établis à partir d'axiomes et d'arguments mathématiques logiques. Un énoncé est uniquement considéré comme un théorème s'il a été démontré. L'ensemble de connaissances constituant les mathématiques n'est pas fixe ; il s'est développé tout au long de l'histoire humaine et continue d'augmenter à un rythme croissant.

L'aspect des mathématiques qui s'intéresse à la description de notre monde et à la résolution de problèmes concrets est souvent mis en application dans le contexte d'un autre domaine d'études. Les mathématiques sont utilisées dans un large éventail de disciplines, à la fois en tant que langage et en tant qu'outil d'exploration de l'univers. Leurs applications incluent par ailleurs l'analyse de tendances, la réalisation de prédictions, la quantification du risque, l'exploration des relations et de l'interdépendance.

Si ces deux différentes facettes des mathématiques semblent distinctes, elles sont en réalité souvent étroitement liées. Dans le contexte du développement des mathématiques, l'histoire nous a enseigné qu'un fait ou un théorème mathématique en apparence abstrait et obscur peut à une autre époque se révéler être d'une extrême importance. Les notions mathématiques sont par ailleurs parfois élaborées en réponse aux besoins d'autres disciplines.

Les deux cours de mathématiques proposés aux élèves du Programme du diplôme s'intéressent à la fois aux différents aspects des mathématiques décrits précédemment, ainsi qu'aux liens entre ces aspects. Ces cours abordent les mathématiques selon différentes perspectives, mais ils ont tous deux en commun un ensemble de connaissances, des modes de pensée et des approches des problèmes propres aux mathématiques. Les différences entre les cours se trouvent au niveau des types d'outils utilisés pour résoudre des problèmes abstraits ou concrets, par exemple avec la technologie. La section suivante décrit plus en détail les deux cours proposés.

Résumé des cours proposés

Les élèves ont chacun des besoins, des aspirations, des aptitudes et des centres d'intérêt différents. C'est la raison pour laquelle deux cours de mathématiques distincts sont proposés, chacun au niveau moyen (NM) et au niveau supérieur (NS). Ces cours ont été conçus pour différents types d'élèves : ceux qui désirent étudier les mathématiques comme matière d'étude à part entière ou par intérêt pour des domaines connexes aux mathématiques, et ceux qui souhaitent améliorer leur compréhension et leurs compétences au regard des liens entre les mathématiques et le monde réel, et des liens avec d'autres matières. Chaque cours est conçu pour satisfaire les besoins de ces groupes d'élèves. Le cours de mathématiques : analyse et approches et celui de mathématiques : applications et interprétation sont tous deux proposés au NM et au NS. Il est donc essentiel de choisir avec soin le cours et le niveau qui conviennent le mieux à chaque élève.

Lors de ce choix, il convient de conseiller à chaque élève de tenir compte des points suivants :

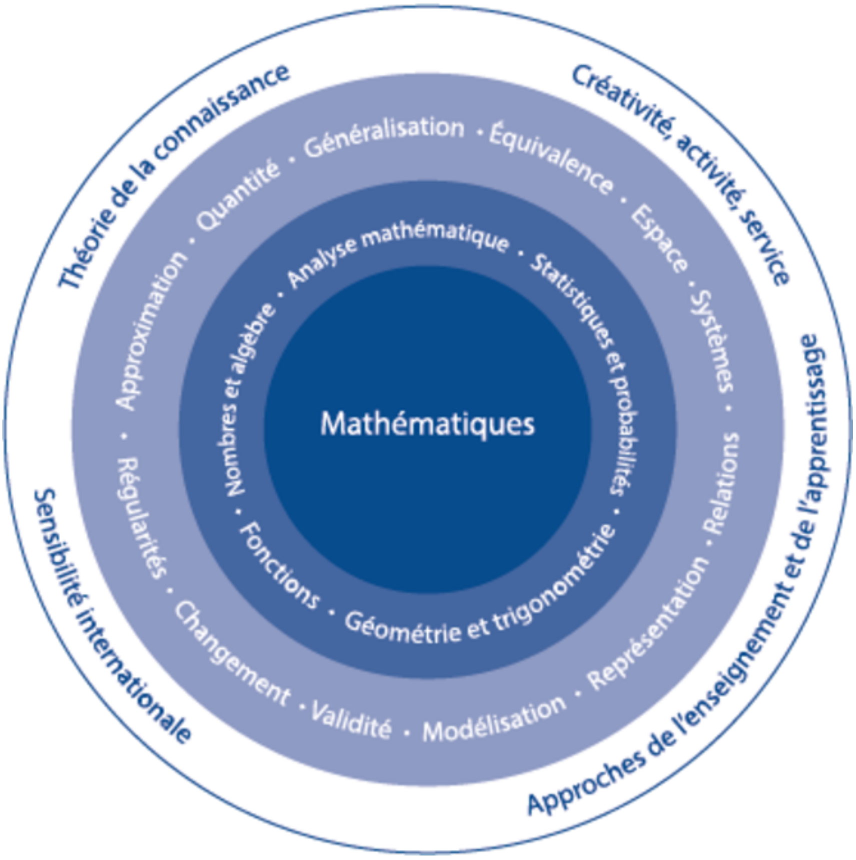
- ses aptitudes personnelles en mathématiques et le type de mathématiques dans lesquelles il peut réussir ;
- son propre intérêt pour les mathématiques ainsi que pour les domaines particuliers de cette matière qui l'intéresseraient le plus ;
- les autres matières qu'il a choisies dans le cadre du Programme du diplôme ou du Programme à orientation professionnelle (POP) ;
- ses projets d'études, en particulier, les matières qu'il souhaite étudier par la suite ;
- son choix de carrière.

On attend des enseignants qu'ils aident les élèves lors de leurs choix et les conseillent.

Nature des cours de mathématiques de l'IB

Figure 2

Le modèle mathématique



La structure des cours de mathématiques du Programme du diplôme de l'IB, qui offre le choix entre deux parcours, met en avant les deux aspects des mathématiques abordés dans les sections précédentes de ce guide.

Le cours de mathématiques : analyse et approches s'adresse aux élèves qui prennent plaisir à améliorer leurs compétences mathématiques afin de maîtriser la construction d'arguments mathématiques et de développer de solides compétences de raisonnement mathématique. Ces élèves seront intéressés par l'exploration d'applications réelles et abstraites de ces idées, avec ou sans l'aide de la technologie. Les élèves qui opteront pour le cours de mathématiques : analyse et approches seront ceux qui aiment les défis associés à la résolution de problèmes et à la généralisation en mathématiques.

Le cours de mathématiques : applications et interprétation s'adresse aux élèves souhaitant améliorer leurs compétences mathématiques afin de décrire notre monde et de résoudre des problèmes concrets. Ils trouveront un intérêt dans l'exploitation de la puissance de la technologie et l'exploration de modèles mathématiques. Les élèves qui opteront pour le cours de mathématiques : applications et interprétation seront ceux qui préfèrent les mathématiques lorsqu'elles sont utilisées dans un contexte d'application pratique.

Les deux cours sont proposés au niveau moyen (NM) et au niveau supérieur (NS). De nombreux éléments sont communs aux deux cours, mais la manière de les aborder pourra être différente. Les deux cours visent à doter les élèves des compétences mathématiques nécessaires pour approfondir leurs études dans un domaine lié aux deux approches des mathématiques présentées ci-dessus.

Mathématiques : analyse et approches

Ce cours souligne la nécessité d'une expertise analytique dans un monde où l'innovation repose de plus en plus sur une compréhension approfondie des mathématiques. Il aborde à la fois des thèmes présents habituellement dans des programmes préuniversitaires de mathématiques (tels que les fonctions, la trigonométrie ou l'analyse mathématique) et des thèmes relevant de la recherche, des conjectures et de la démonstration (tels que l'étude des suites et séries au NM et au NS, et la démonstration par récurrence au NS).

Le cours encourage l'utilisation de la technologie, car il est important de pouvoir manipuler avec aisance des calculatrices et des logiciels mathématiques adaptés quel que soit le cours choisi. Cependant, le cours de mathématiques : analyse et approches met également l'accent sur la capacité à construire, communiquer et justifier une argumentation mathématique correcte.

Mathématiques : analyse et approches – Différences entre le NM et le NS

Les élèves qui choisissent le cours de mathématiques : analyse et approches au NM ou au NS doivent être à l'aise avec la manipulation des expressions algébriques, aimer identifier des régularités et comprendre la généralisation mathématique de ces régularités. Ceux qui souhaitent suivre le cours au niveau supérieur doivent avoir de solides compétences algébriques ainsi qu'une capacité à comprendre des démonstrations simples. Ces élèves doivent aimer passer du temps sur des problèmes et éprouver un certain plaisir et une certaine satisfaction quand ils parviennent à résoudre des problèmes difficiles.

Mathématiques : applications et interprétation

Ce cours souligne le rôle accru des mathématiques et de la technologie dans divers domaines de notre monde dominé par les données. Il met ainsi l'accent sur le sens des mathématiques en contexte, au travers de thèmes souvent utilisés en tant qu'applications ou dans le cadre de la modélisation mathématique. Afin d'établir une base solide, le cours comprend également des thèmes présents habituellement dans des programmes préuniversitaires de mathématiques, tels que l'analyse mathématique et les statistiques.

Le cours de mathématiques : applications et interprétation accorde une grande place à la technologie pour permettre aux élèves d'explorer et de construire des modèles mathématiques. Les élèves développent leur raisonnement mathématique, souvent dans le contexte d'un problème concret et en ayant recours à la technologie pour justifier des conjectures.

Mathématiques : applications et interprétation – Différences entre le NM et le NS

Les élèves qui choisissent le cours de mathématiques : applications et interprétation au NM ou au NS doivent apprécier l'utilisation des mathématiques dans des contextes de la vie réelle, et pour résoudre des problèmes de la vie réelle. Ceux qui souhaitent suivre le cours au niveau supérieur doivent avoir de bonnes compétences en algèbre et avoir déjà résolu des problèmes de la vie réelle. Ces élèves doivent retirer un plaisir et une satisfaction de l'exploration de problèmes difficiles et être à l'aise à l'idée d'utiliser la technologie dans le cadre de cette même exploration.

Mathématiques et théorie de la connaissance

La relation entre chaque matière et la théorie de la connaissance (TdC) est d'une importance fondamentale pour le Programme du diplôme. Le cours de théorie de la connaissance permet aux élèves de réfléchir à des questions concernant la façon dont la connaissance est produite et partagée, en mathématiques mais aussi dans d'autres domaines de la connaissance. Il encourage les élèves à réfléchir à leurs postulats et partis pris, ce qui les aide à prendre conscience de leur propre perspective et des perspectives d'autrui, et à « développer [...] la curiosité intellectuelle, les connaissances et la sensibilité nécessaires » (déclaration de mission de l'IB).

Le cours de théorie de la connaissance encourage les élèves à explorer les questionnements relatifs aux connaissances mathématiques. En tant que domaine de la connaissance, les mathématiques semblent apporter une certitude sans doute impossible à atteindre dans d'autres disciplines. Dans de nombreux cas, elles nous fournissent aussi des outils pour mettre en perspective ces certitudes. Cela peut s'expliquer par la « pureté » de la matière qui, parfois, nous donne l'impression qu'elle est déconnectée de la réalité. Cependant, les mathématiques ont également fourni des connaissances importantes sur le monde, et leur utilisation dans le contexte des sciences et de la technologie a largement contribué aux avancées scientifiques.

Malgré leur indéniable faculté à développer notre savoir et à soutenir le changement, les mathématiques n'en restent pas moins un phénomène surprenant. Une question fondamentale pour tous les sujets connaissants est de savoir si les connaissances mathématiques existent vraiment indépendamment de notre réflexion à leur sujet. Font-elles partie de notre monde (en attendant d'être découvertes en quelque sorte) ou s'agit-il d'une création de l'homme ? La philosophie des mathématiques constitue bien un domaine d'études à part entière.

Il convient d'attirer l'attention des élèves sur des questions établissant un lien entre la théorie de la connaissance (TdC) et les mathématiques, et de les encourager à soulever eux-mêmes ces questions, aussi bien dans les cours de mathématiques que dans les cours de TdC. Des exemples de questions relatives à la TdC sont fournis dans les sections « Liens » du programme. D'autres suggestions permettant d'établir des liens avec la TdC sont en outre disponibles dans la section du *Guide de théorie de la connaissance* consacrée aux mathématiques.

Mathématiques et sensibilité internationale

La sensibilité internationale est un concept complexe et multidimensionnel qui fait référence à une manière de penser, d'être et d'agir se distinguant par une ouverture au monde et une reconnaissance de notre forte interdépendance les uns des autres.

Si les avancées observées dans le domaine des technologies de l'information et de la communication sont relativement récentes, les échanges mondiaux d'idées et d'informations de nature mathématiques ne sont pas un phénomène nouveau et ont joué un rôle clé dans les progrès de la discipline. En effet, bon nombre de fondements des mathématiques modernes ont été établis il y a plusieurs siècles par différentes civilisations : arabe, grecque, indienne et chinoise, entre autres.

Nous pouvons d'une certaine manière considérer les mathématiques comme un langage international ; hormis de légères différences au niveau de la notation, les mathématiciens du monde entier peuvent communiquer efficacement dans leur domaine de travail. Les mathématiques ont le pouvoir de transcender les dimensions politiques, religieuses et nationales. Plusieurs grandes civilisations de l'histoire doivent en partie leur âge d'or au travail de leurs mathématiciens, qui ont su créer et maintenir des structures sociales et architecturales complexes. La politique a dominé le développement des mathématiques, notamment dans le cadre du développement de la balistique, de la navigation, du commerce ou de la propriété terrienne, qui sont des éléments souvent influencés par les gouvernements et les dirigeants. De nombreux mathématiciens étaient conseillers politiques et militaires. Aujourd’hui, les mathématiciens sont des membres à part entière des équipes qui conseillent les gouvernements quant à la manière d’utiliser l’argent et les différentes ressources.

Les sciences et la technologie revêtent une importance considérable dans le monde actuel. En tant que langage de la science, les mathématiques sont une composante essentielle de la plupart des innovations technologiques et elles sont à l’origine de tout développement en sciences et technologie, bien que leur contribution ne soit pas toujours visible. On peut notamment citer le rôle du système binaire, de l’algèbre matricielle et des théories des réseaux et des probabilités dans la révolution numérique, ou l’utilisation des simulations mathématiques pour prédire le changement climatique ou la propagation d’une maladie. Ces exemples illustrent le rôle clé des mathématiques dans la transformation du monde qui nous entoure.

Pour encourager la sensibilité internationale, les établissements peuvent fournir aux élèves des occasions d’effectuer des recherches sur des questions et des idées locales et mondiales variées. Il existe aujourd’hui de nombreuses entités et organisations internationales œuvrant à la promotion des mathématiques. Les élèves sont encouragés à consulter les ressources et les sites Web souvent très complets de ces organismes. Cela les aidera à mieux comprendre la dimension internationale des mathématiques, tout en leur donnant l’occasion d’aborder des questions mondiales relatives à la matière.

Des exemples de liens pouvant être établis avec la sensibilité internationale sont fournis dans les sections « Liens » du programme.

Mathématiques et programme créativité, activité, service (CAS)

Les expériences CAS peuvent être associées à chaque groupe de matières du Programme du diplôme.

À bien des égards, les programmes CAS et les cours de mathématiques se complètent mutuellement. Les connaissances mathématiques sont essentielles pour comprendre le monde dans lequel nous vivons et les compétences et techniques mathématiques que les élèves acquièrent dans les cours de mathématiques leur permettent d’analyser le monde qui les entoure, les aidant ainsi à concevoir, planifier et réaliser des projets ou des expériences CAS.

Parmi les aspects importants des cours de mathématiques, les élèves doivent renforcer leur capacité à analyser de manière systématique les situations et être en mesure de reconnaître l’incidence des mathématiques sur le monde qui les entoure. En sachant comment utiliser les mathématiques pour représenter la vérité, les élèves peuvent mener une réflexion critique sur les informations transmises aux sociétés ou générées par elles, et sur la manière dont ces données influencent la répartition des ressources ou les choix des individus. L’analyse et la réflexion critique systématiques lors de la résolution de problèmes peuvent servir de source d’inspiration et de point de départ pour les projets CAS.

Les élèves peuvent également se servir de ces expériences CAS pour s’impliquer davantage dans les mathématiques, que ce soit dans la salle de classe ou en dehors, et les enseignants de mathématiques peuvent aider les élèves à établir des liens entre les matières étudiées et leurs expériences CAS, le cas échéant. Une discussion réfléchie sur de véritables expériences et projets CAS aidera les élèves à établir ces liens.

Les défis présentés par les activités CAS et la satisfaction qu’elles procurent ont souvent un effet profond sur les élèves des cours de mathématiques, qui peuvent choisir de s’impliquer dans le programme CAS de l’une des manières suivantes.

- Dans le cadre de l’accueil de jeunes élèves, ils peuvent organiser, élaborer et mettre en œuvre une « chasse au trésor mathématique » qui les invite à découvrir leur nouvel établissement en répondant à des questions mathématiques intéressantes.
- Ils peuvent planifier et mener à bien une enquête, créer une base de données et en analyser les résultats, et faire des suggestions pour résoudre un problème à l’échelle locale. Ce type de projets CAS peut par exemple prendre la forme d’une enquête sur la disponibilité de fruits et légumes frais au sein d’une communauté, suivie de la préparation d’un plan d’action et de suggestions pour en renforcer la

disponibilité ou l'accès, et d'une présentation des résultats à une organisation caritative locale ou à un groupe communautaire local.

- Ils peuvent choisir un élément de culture mondiale intéressant et représenter la Terre à une plus petite échelle pour en exprimer numériquement les tendances (si le monde n'avait que 100 habitants).

Il convient de souligner qu'une expérience CAS peut être un événement unique ou une série d'événements se prolongeant dans le temps. Toutefois, les expériences CAS doivent être distinctes des exigences des cours du Programme du diplôme de l'élève. Elles ne peuvent ni en faire partie ni y être utilisées.

Le document intitulé *Matériel de soutien pédagogique du programme CAS* suggère d'autres liens entre les matières du Programme du diplôme et le programme CAS.

Acquis antérieurs

La plupart des élèves qui commencent un cours de mathématiques du Programme du diplôme doivent avoir déjà étudié les mathématiques pendant au moins dix ans. Une grande variété de thèmes seront étudiés et diverses approches de l'enseignement et de l'apprentissage seront mises en œuvre. Les élèves doivent donc posséder un large éventail de compétences et de connaissances lorsqu'ils commencent le cours de mathématiques du Programme du diplôme. La plupart d'entre eux auront certaines notions d'arithmétique, d'algèbre, de géométrie, de trigonométrie, de probabilités et de statistiques. Certains seront déjà à l'aise avec une approche de recherche, et ils auront peut-être même eu la possibilité de mener à bien un travail conséquent en mathématiques.

Une liste de thèmes considérés comme des acquis antérieurs pour les cours de mathématiques est fournie au début de la section « Programme » de ce guide. Il est possible que certains élèves n'aient pas déjà étudié quelques-uns des thèmes de cette liste. Cependant, ils auront probablement déjà abordé d'autres thèmes figurant dans le programme lui-même. Les enseignants doivent s'appuyer sur l'évaluation des acquis antérieurs des élèves pour planifier l'enseignement, de manière à incorporer dans leur cours l'étude des thèmes qu'ils ne connaîtraient pas encore.

Liens avec le Programme d'éducation intermédiaire

Le cadre du programme d'études de mathématiques du Programme d'éducation intermédiaire (PEI) est conçu pour préparer les élèves à suivre les cours de mathématiques du Programme du diplôme. Lorsque les élèves passent du PEI au Programme du diplôme ou au Programme à orientation professionnelle (POP), ils continuent à développer leurs compétences et leurs connaissances mathématiques, ce qui leur permettra ensuite d'étudier une grande variété de thèmes. L'apprentissage reposant sur la recherche occupe une place centrale dans les cours de mathématiques, aussi bien dans le PEI que dans le Programme du diplôme. Il permet aux élèves, seuls ou en groupe, d'effectuer des recherches, de résoudre des problèmes et d'expliquer des notions mathématiques avec un niveau de complexité croissant.

Le programme de mathématiques du PEI est organisé autour de concepts. Il a pour but d'aider les apprenants à construire du sens grâce à un meilleur esprit critique et à un transfert des connaissances. Les cours du PEI utilisent un cadre de concepts clés, en phase avec les concepts des cours de mathématiques du Programme du diplôme. Ces concepts sont des idées larges et structurantes, en rapport avec le cours. Elles peuvent également le transcender, puisqu'elles sont aussi en rapport avec d'autres groupes de matières. Les concepts fondamentaux des cours de mathématiques du PEI permettent d'acquérir des bases très utiles aux élèves qui étudient ensuite les cours de mathématiques du Programme du diplôme.

Les objectifs globaux des cours de mathématiques du PEI sont étroitement liés à ceux des cours de mathématiques du Programme du diplôme. Le guide pédagogique de mathématiques du PEI a servi de base pour décider des thèmes des acquis antérieurs pour les cours de mathématiques du Programme du diplôme.

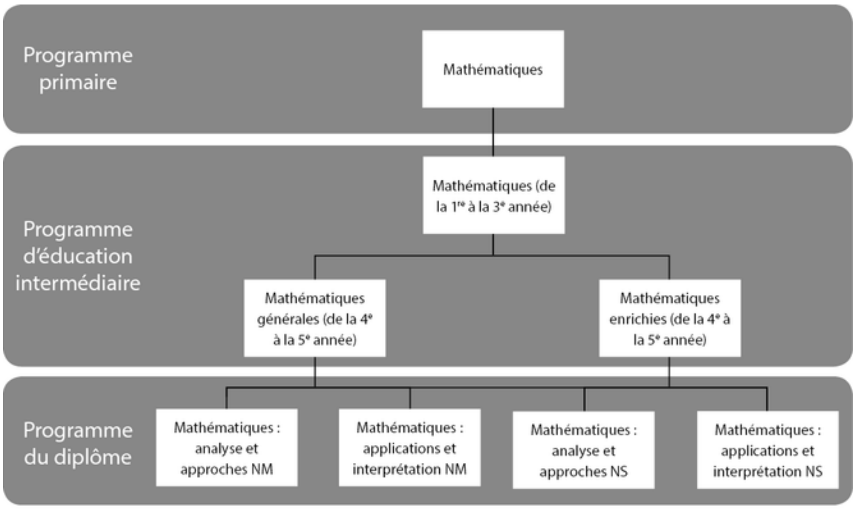
Les objectifs et les critères d'évaluation des mathématiques du PEI ont été mis au point en ayant à l'esprit les modalités de l'évaluation interne et de l'évaluation externe du Programme du diplôme. Dans le cadre des mathématiques du PEI, les élèves doivent mettre en pratique et développer leurs compétences de recherche pour satisfaire à l'un des quatre objectifs d'évaluation du PEI, ce qui leur procure une base solide pour aborder la composante d'évaluation interne du cours de mathématiques du Programme du diplôme. De même, l'objectif d'évaluation du PEI relatif à la pensée critique correspond aux objectifs d'évaluation de haut niveau auquel les élèves de mathématiques du Programme du diplôme doivent satisfaire en matière de communication, d'interprétation et de raisonnement.

S'agissant d'un outil efficace d'apprentissage, d'application et de communication des mathématiques, l'utilisation de la technologie est mise en avant dans les cours de mathématiques du PEI et du Programme du diplôme.

Les élèves du PEI peuvent choisir entre l'étude des mathématiques générales ou des mathématiques enrichies, tandis que les élèves du Programme du diplôme ont le choix entre deux cours proposés au niveau moyen (NM) et au niveau supérieur (NS). Les élèves du PEI qui ont choisi les mathématiques enrichies décident généralement de suivre l'un des cours de mathématiques du Programme du diplôme au NS. Il est vivement recommandé aux élèves suivant le cours de mathématiques générales du PEI de demander conseil à leur enseignant quant au cours et au niveau le plus adapté à leur profil au moment de choisir le cours qu'ils suivront dans le Programme du diplôme.

Figure 3

Parcours au sein du continuum des programmes de l'IB menant aux cours de mathématiques du Programme du diplôme



Liens avec le Programme à orientation professionnelle

Dans le cadre du Programme à orientation professionnelle (POP), les élèves étudient au moins deux matières du Programme du diplôme, un tronc commun constitué de quatre composantes et une formation à orientation professionnelle adaptée au contexte local et aux besoins des élèves. Le POP est conçu pour apporter une valeur ajoutée à la formation à orientation professionnelle suivie par les élèves, laquelle oriente le choix des cours du Programme du diplôme. Les cours choisis peuvent appartenir à n'importe lequel des six groupes de matières du Programme du diplôme. Les élèves ont également la possibilité d'étudier plusieurs cours appartenant à un même groupe de matières (par exemple, les arts visuels et le cinéma).

Le cours de mathématiques peut constituer un atout majeur pour les élèves du POP qui envisagent d'entreprendre une carrière, par exemple, dans la finance, la planification, les systèmes de santé, la programmation, l'industrie du tourisme, le secteur technologique, l'informatique sociale ou l'urbanisme. Les mathématiques aident les élèves à comprendre la valeur d'approches systématiques, à analyser des contextes complexes de la vie réelle, à communiquer ces informations de manière concise et précise et à comprendre les conséquences des conclusions.

Les cours de mathématiques favorisent le renforcement des compétences de communication écrite, verbale ou graphique, des compétences de pensée complexe et critique ainsi que l'exploration de considérations éthiques et morales influencées par les mathématiques qui aideront les élèves à se préparer pour le marché mondial du travail dans lequel ils évolueront. Ils contribuent par ailleurs à développer les qualités du profil de l'apprenant de l'IB qui peuvent être exploitées dans l'ensemble du POP, assurant ainsi la pertinence et le soutien de l'apprentissage des élèves.

Les élèves du POP peuvent étudier les cours du Programme du diplôme au niveau moyen (NM) ou au niveau supérieur (NS). Les établissements scolaires peuvent envisager de regrouper les élèves du POP avec ceux du Programme du diplôme.

Approches de l’enseignement et de l’apprentissage du cours de mathématiques : analyse et approches

Compréhension conceptuelle

Un concept est une idée large et structurante, dont l’importance transcende son origine, son époque ou son sujet particulier. Les concepts représentent les vecteurs de la recherche des élèves sur des questions et des idées d’importance personnelle, locale et mondiale, et leur fournissent les moyens d’explorer l’essence des mathématiques.

Ils jouent un rôle important en mathématiques, puisqu’ils aident les élèves et les enseignants à adopter une manière de penser de plus en plus complexe au fur et à mesure qu’ils organisent et relient des faits et des thèmes. Les élèves ont recours à la compréhension conceptuelle pour résoudre des problèmes, analyser des questions et évaluer des décisions susceptibles d’avoir des répercussions sur eux-mêmes, sur leurs communautés et sur le monde au sens large.

Dans le contexte des cours de mathématiques du Programme du diplôme, la compréhension conceptuelle permet d’approfondir l’apprentissage. Le cours de mathématiques : analyse et approches présente douze concepts fondamentaux se rapportant, à des degrés divers, à chacun des cinq thèmes du programme. Les enseignants peuvent identifier et développer des concepts supplémentaires en vue de s’adapter au contexte local et de satisfaire aux exigences pédagogiques nationales ou régionales. Les enseignants peuvent utiliser ces concepts supplémentaires pour établir des liens avec le programme d’études.

Ce guide présente, au début de chaque thème, les compréhensions essentielles et les concepts fondamentaux relatifs au thème en question. Une liste de suggestions pour la compréhension des concepts propres au contenu du thème est ensuite fournie. Cette liste ne se veut cependant ni prescriptive ni exhaustive.

Concepts

Les concepts favorisent l’élaboration d’un programme d’études vaste, équilibré, conceptuel et connexe. Ils représentent de grandes idées qui sont pertinentes et encouragent l’établissement de liens au sein de chaque thème, entre les différents thèmes et avec les autres matières du Programme du diplôme.

Les douze concepts présentés ci-dessous favorisent la compréhension conceptuelle, peuvent orienter les unités de travail et aider à organiser l’enseignement et l’apprentissage. Ils sont chacun accompagnés d’explications propres au contexte mathématique.

Approximation	Ce concept fait référence à une quantité ou à une représentation qui est presque, mais pas tout à fait exacte.
Changement	Ce concept fait référence à une variation de taille, de quantité ou de comportement.
Équivalence	Ce concept fait référence au fait d’être égal ou interchangeable, appliqué à des énoncés, des quantités ou des expressions.
Généralisation	Ce concept fait référence à un énoncé général établi à partir d’exemples particuliers.
Modélisation	Ce concept fait référence à la manière dont les mathématiques peuvent être utilisées pour représenter le monde réel.
Régularités	Ce concept fait référence à l’ordre, à la régularité ou à la prévisibilité sous-jacents des éléments d’un système mathématique.
Quantité	Ce concept fait référence à un montant ou à un nombre.
Relations	Ce concept fait référence aux liens entre les quantités, les propriétés ou les concepts. Ces liens peuvent être exprimés comme modèles, règles ou énoncés. Les relations

	donnent des occasions aux élèves d'explorer des régularités dans le monde qui les entoure.
Représentation	Ce concept fait référence à l'utilisation de termes, de formules, de diagrammes, de tableaux, de graphiques, de graphes et de modèles pour représenter des informations de nature mathématique.
Espace	Ce concept fait référence au cadre des dimensions géométriques décrivant une entité.
Systèmes	Ce concept fait référence à des groupes d'éléments interdépendants.
Validité	Ce concept fait référence à l'utilisation de notions mathématiques fondées et logiques pour parvenir à une conclusion juste et précise ou à une interprétation correcte des résultats.

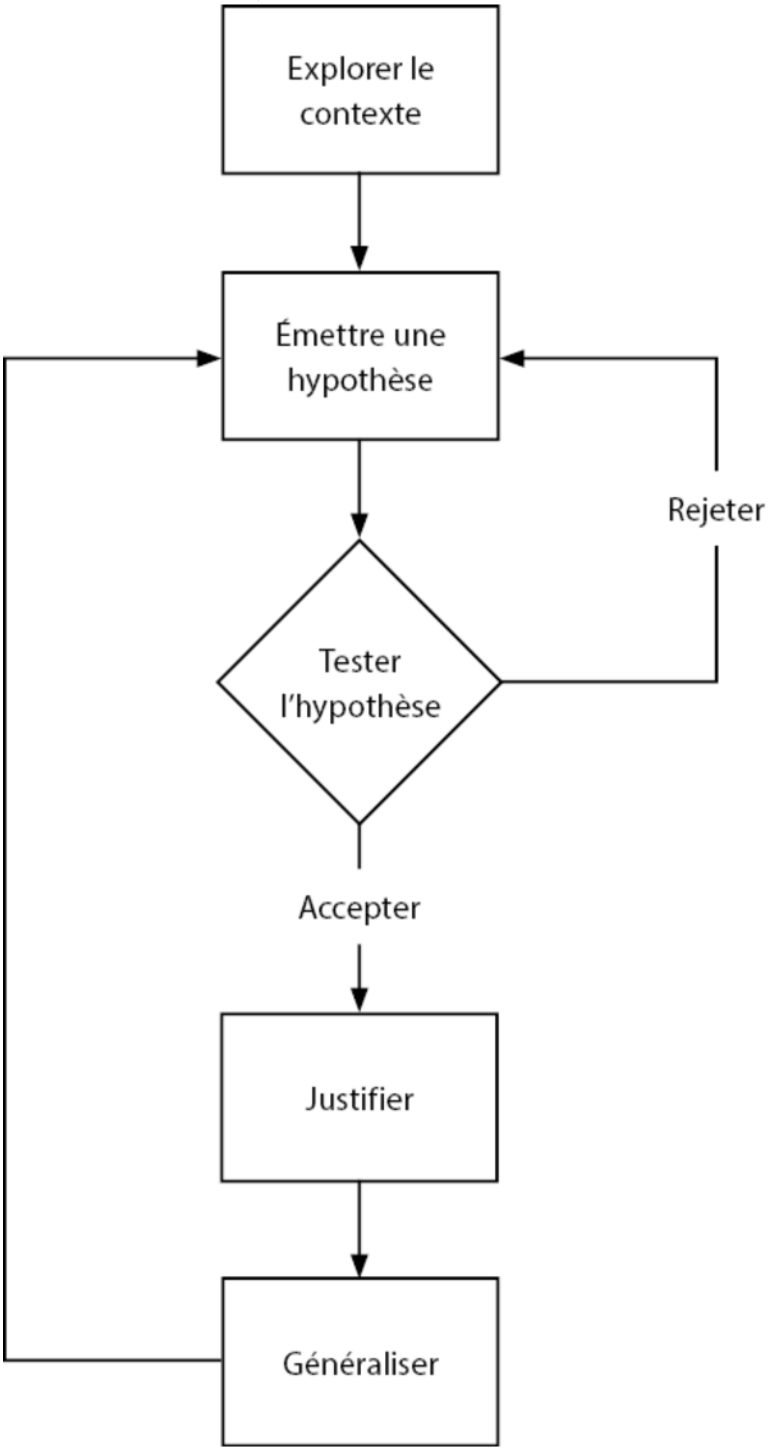
Recherche mathématique

Les approches de l'enseignement et de l'apprentissage dans le Programme du diplôme désignent des stratégies, des compétences et des attitudes déterminées imprégnant l'environnement d'enseignement et d'apprentissage. Ces approches et ces outils sont intrinsèquement liés au profil de l'apprenant de l'IB, qui encourage l'apprentissage par l'expérimentation, le questionnement et la découverte.

Dans le contexte des programmes de l'IB, les élèves doivent étudier les mathématiques en participant activement aux activités d'apprentissage, et ce de façon régulière. Les enseignants doivent par conséquent donner régulièrement aux élèves des occasions d'apprendre au moyen de la recherche mathématique, en ayant fréquemment recours à des stratégies faisant appel aux compétences de pensée critique et de résolution de problèmes des élèves.

Figure 4

Cycle de la recherche mathématique



Modélisation mathématique

La modélisation mathématique est une technique importante utilisée dans le contexte de la résolution de problèmes en vue de comprendre le monde qui nous entoure. Cette technique est souvent utilisée pour mieux comprendre une situation, pour vérifier les effets d’un changement ou pour orienter une prise de décision. En prenant part au processus de modélisation mathématique, les élèves pourront développer cette compétence, qui fait partie des compétences mathématiques les plus utiles pour permettre aux élèves de réussir leurs futures études et carrière dans des domaines variés, en lien ou non avec les mathématiques.

Le processus de modélisation mathématique commence par la prise en compte d’une situation de la vie réelle, n’ayant en règle générale pas été créée de manière artificielle. Il est parfois nécessaire, à ce stade, de se baser sur des hypothèses en vue de simplifier la situation et de permettre la modélisation. Souvent, un juste équilibre doit être trouvé entre la simplicité et l’exactitude du modèle.

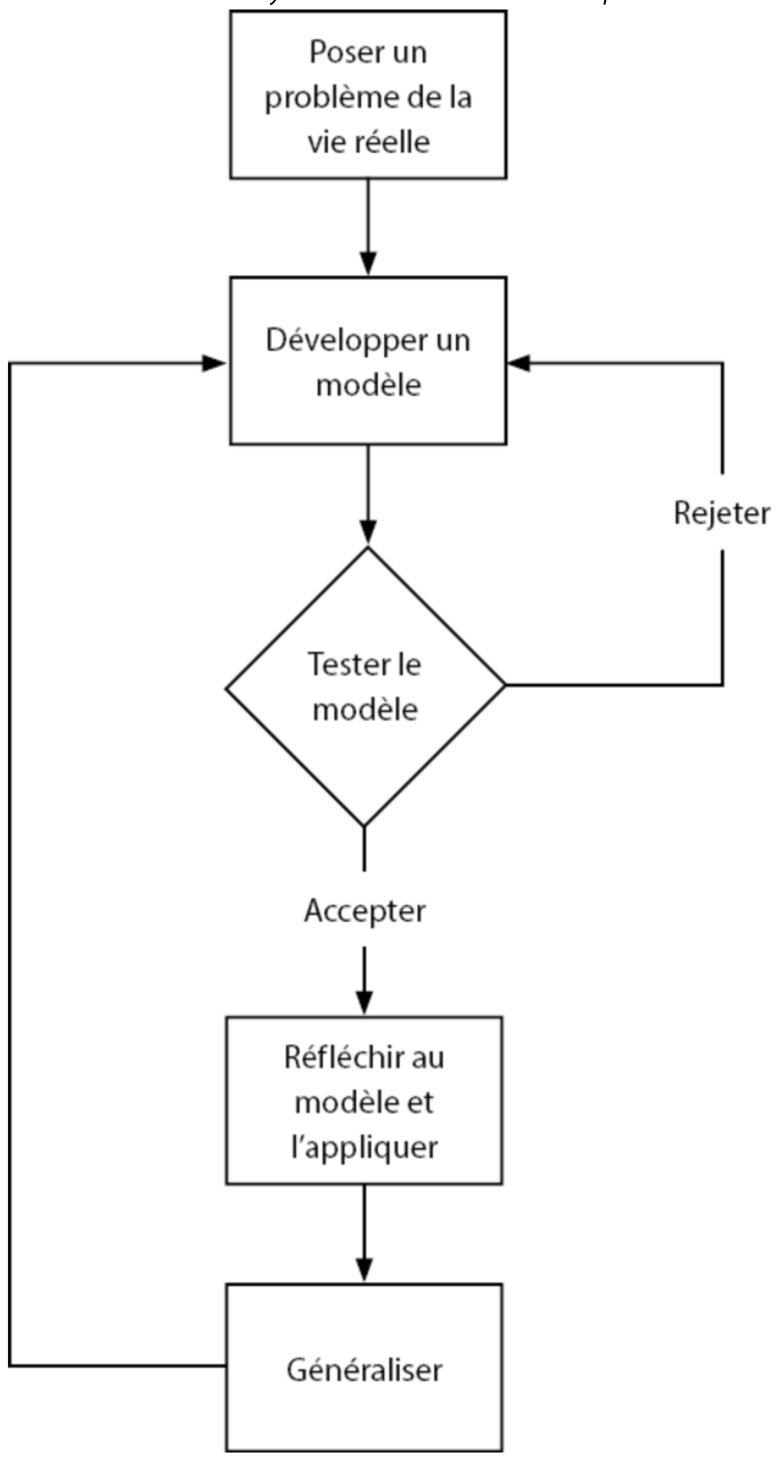
La première étape consiste à choisir ou à adapter une représentation mathématique habituellement utilisée dans le contexte. On teste ensuite cette représentation afin de déterminer si les résultats obtenus correspondent ou non à ceux attendus. La phase de test permet de mener une réflexion sur les résultats obtenus et d’adapter le modèle en cas de besoin. Une fois le modèle jugé satisfaisant, il peut être appliqué ou utilisé pour expliquer une situation, pour vérifier les effets d’un changement ou pour orienter une prise de décision.

L’élève doit faire preuve d’une réflexion critique tout au long du processus de modélisation mathématique.

Le matériel de soutien pédagogique contient des conseils et des orientations supplémentaires sur le processus de modélisation mathématique. Le cycle de modélisation mathématique est illustré ci-dessous.

Figure 5

Le cycle de modélisation mathématique



Démonstration

La démonstration joue un rôle central dans le développement de la pensée critique en mathématiques. Le fait de devoir prouver un énoncé permet aux élèves d'approfondir leur compréhension des concepts mathématiques. Au niveau moyen (NM), les élèves devront se familiariser avec des raisonnements déductifs simples. Dans le cadre du module complémentaire du niveau supérieur (MCNS), les élèves s’intéresseront également à la démonstration par l’absurde et à la démonstration par récurrence, et ils utiliseront des contre-exemples pour montrer qu’un énoncé est faux.

Cette démarche consistant à prouver un énoncé présente de nombreux avantages, puisqu’elle aide les élèves à développer les compétences suivantes :

- la capacité à travailler en groupe ;
- les compétences interpersonnelles ;
- les compétences de raisonnement ;
- les compétences de recherche ;
- les compétences de communication orale et écrite ;
- les compétences de pensée créative ;
- les compétences d’organisation.

L’élaboration de démonstrations permet aux élèves de se familiariser avec les techniques de rédaction ainsi qu’avec les processus de la pensée mathématique. Ils apprendront ainsi le vocabulaire et les procédés de rédaction des démonstrations. Les élèves du niveau supérieur seront également invités à réfléchir à la meilleure méthode permettant de montrer qu’un énoncé mathématique est vrai. Les démonstrations encouragent les élèves à réfléchir à la rigueur mathématique, à l’efficacité et à l’élégance qui transparaissent en apportant la preuve qu’un énoncé est vrai.

Dans le contexte de ce guide, les adjectifs « informel » ou « élémentaire » font référence à des procédés ne nécessitant pas de démonstrations, pouvant être justifiés à l’aide d’exemples et n’utilisant pas d’axiomes de façon formelle.

Utilisation de la technologie

L’utilisation de la technologie fait partie intégrante des cours de mathématiques du Programme du diplôme. Les cours de mathématiques ont notamment pour objectif global de mieux comprendre la façon dont les développements technologiques et les mathématiques s’influencent mutuellement. Les objectifs d’évaluation demandent aux élèves de savoir utiliser la technologie de façon appropriée, rigoureuse et efficace, à la fois pour explorer de nouvelles idées et pour résoudre des problèmes. Apprendre à utiliser différents outils technologiques est une compétence fondamentale en mathématiques. Le programme prévoit donc du temps pour cet apprentissage au sein de chaque thème et grâce aux outils.

La technologie est un outil particulièrement efficace dans le contexte des mathématiques et, grâce à un meilleur accès à cette technologie au cours de ces dernières années, les élèves et les enseignants ont pu renforcer et améliorer l’enseignement et l’apprentissage des mathématiques. Une utilisation judicieuse de la technologie peut rendre davantage de notions mathématiques accessibles et motiver un plus grand nombre d’élèves.

La technologie offre aux enseignants de nombreuses occasions de soutenir et d’améliorer la compréhension des élèves, notamment :

- pour mettre en évidence des points du cours ;
- pour aborder des idées fausses ;
- pour faciliter la visualisation ;
- pour améliorer la compréhension de concepts qui serait autrement restreinte en raison de la longueur des calculs numériques ou des manipulations algébriques ;
- pour aider les élèves à élaborer des conjectures et à vérifier des généralisations ;
- pour établir des liens explicites entre différentes approches ou représentations mathématiques.

Les élèves peuvent également utiliser la technologie pour s’investir de diverses manières dans le processus d’apprentissage, et notamment :

- pour développer et améliorer leur compréhension conceptuelle ;

- pour rechercher des régularités ;
- pour tester des conjectures ou des généralisations ;
- pour justifier des interprétations ;
- pour collaborer dans le cadre d’un projet ;
- pour organiser et analyser des données.

Les enseignants et les élèves peuvent utiliser la technologie en classe, lors d’un travail individuel ou en groupe, pour explorer des concepts mathématiques. Pour parvenir à un apprentissage réussi des mathématiques avec l’appui de la technologie, il convient de trouver le juste équilibre entre l’utilisation de la technologie par l’enseignant et son utilisation par les élèves. L’enseignant doit également veiller à sélectionner avec soin le type de technologie, de manière à ce qu’elle permette d’améliorer la compréhension et la communication des notions mathématiques.

De nombreux thèmes des cours de mathématiques du Programme du diplôme se prêtent à l’utilisation de la technologie. On peut notamment citer, parmi les nombreux types de technologies pouvant être utilisées pour soutenir l’enseignement et l’apprentissage des mathématiques : les calculatrices à écran graphique, les logiciels de représentation graphique dynamique, les tableurs, les simulations, les applications, les logiciels dynamiques de géométrie ou encore les logiciels de tableau interactif.

Dans le contexte de ce guide, le terme « technologie » est utilisé pour désigner toute forme de calculatrice, de matériel ou de logiciel utilisée en classe. Les termes « analyse » et « approche analytique » sont quant à eux généralement utilisés pour désigner une approche algébrique ne nécessitant pas l’utilisation de la technologie. Veuillez noter que certaines restrictions s’appliquent concernant les technologies pouvant être utilisées dans le cadre des examens. Ces restrictions sont décrites dans les publications pertinentes.

Dans leur démarche visant à faire le lien entre les divers thèmes unificateurs du cours (**recherche mathématique**, **modélisation mathématique** et **utilisation de la technologie**), les enseignants doivent commencer par donner des consignes détaillées, puis progressivement encourager les élèves à devenir des chercheurs et des penseurs plus autonomes. Les élèves du Programme du diplôme doivent apprendre à communiquer de manière efficace par le biais du langage mathématique. Les enseignants doivent instaurer un environnement d’apprentissage qui les invite à faire preuve d’audace et qui accorde une place de choix à la recherche, à la compréhension conceptuelle, à la collaboration et à l’utilisation de la technologie.

La section « Approches de l’enseignement et de l’apprentissage dans le Programme du diplôme » de la publication *Le Programme du diplôme : des principes à la pratique* contient de plus amples informations à ce sujet. Afin d’aider les enseignants, des ressources variées sont mises à leur disposition sur le Centre de ressources pédagogiques et des informations concernant les ateliers de perfectionnement professionnel proposés sont disponibles sur le site Web public de l’IB.

Structure du programme

La section **Programme** est structurée de la même manière dans les différents guides de mathématiques. Cette structure permet de mettre en lumière et de cibler certains aspects de l’enseignement et de l’apprentissage, notamment la compréhension conceptuelle, le contenu et l’approfondissement.

Le programme du cours se compose de cinq thèmes, chacun découpé en différents sous-thèmes. Les cinq thèmes sont les suivants :

- nombres et algèbre ;
- fonctions ;
- géométrie et trigonométrie ;
- statistiques et probabilités ;
- analyse mathématique.

Chaque thème débute par une présentation des compréhensions essentielles. On indique ensuite les concepts clés relatifs au thème pouvant être utilisés. Les compréhensions essentielles sont les objectifs globaux du thème, tandis que les compréhensions conceptuelles propres au contenu fournissent des informations spécifiques sur les objectifs globaux et spécifiques du thème et des sous-thèmes.

Chaque thème aborde tout d’abord le contenu du niveau moyen (NM), qui est commun au cours de mathématiques : analyse et approches et au cours de mathématiques : applications et interprétation.

Chacun des thèmes présente le contenu du niveau moyen (NM), suivi du contenu du module complémentaire du niveau supérieur (MCNS). Les enseignants doivent veiller à traiter l’ensemble du contenu du NM avec les élèves de ce niveau, et l’ensemble du contenu du NM et du MCNS avec les élèves du niveau supérieur (NS). Chaque thème est structuré de manière à permettre l’introduction informelle des notions du contenu commun, ensuite formalisées lors de l’étude du contenu du NM, puis approfondies avec l’étude du contenu du MCNS. Il est par exemple possible d’agrandir petit à petit l’ensemble des nombres pour lesquels un élément est défini. Il s’agirait d’avoir des nombres entiers dans le cadre du contenu commun ; des nombres réels positifs dans le cadre du contenu du NM ; et tous les nombres réels ainsi que les nombres complexes dans le cadre du contenu du MCNS.

Les élèves doivent étudier le contenu des cinq thèmes correspondant à leur niveau. Cependant, les enseignants ne sont pas tenus de les traiter dans le même ordre que celui du guide. Ils doivent élaborer un programme adapté aux besoins de leurs élèves et y intégrer, le cas échéant, les thèmes adéquats figurant dans la liste des acquis antérieurs. Le matériel de soutien pédagogique contient des conseils sur la manière de structurer le cours.

Chaque thème comprend trois sections.

La colonne « Contenu » (à gauche) présente les sous-thèmes à traiter dans le cadre du cours.

La colonne « Conseils, clarifications et liens avec le programme » (à droite) fournit de plus amples informations concernant les sous-thèmes figurant dans la colonne « Contenu ». Elle donne également des précisions au sujet du contenu de l’examen et indique les liens avec d’autres sous-thèmes du programme, le cas échéant.

La section « Liens » contient de courtes suggestions pour poursuivre la discussion, notamment des exemples concrets et des idées pour poursuivre la recherche.

Ces suggestions sont uniquement fournies à titre indicatif et ne se veulent pas exhaustives. Afin de permettre aux enseignants d’ajouter d’autres liens à ceux suggérés par l’IB, ces sections sont également téléchargeables. Voici une liste des catégories de liens pouvant être établis.

- **Autres contextes :** exemples concrets
- **Liens avec d’autres matières :** suggestions de liens avec d’autres matières du Programme du diplôme (à noter que ces informations portent sur la version actuelle des guides pédagogiques [2019])
- **Objectif global :** liens avec les objectifs globaux du cours
- **Sensibilité internationale :** suggestions de discussions
- **Théorie de la connaissance :** suggestions de discussions
- **Liens vers le matériel de soutien pédagogique :** liens vers le matériel de soutien pédagogique, qui se trouve dans la section **Dans la pratique** du site Web consacré à la matière
- **Lien vers les spécimens d’épreuve :** liens vers des questions spécifiques illustrant la manière dont les thèmes peuvent être abordés
- **Utilisation de la technologie :** exemples d’utilisations de la technologie en classe permettant d’améliorer la compréhension
- **Liens vers des sites Web :** suggestions de sites Web pouvant être utilisés lors d’activités d’enseignement ou d’apprentissage
- **Approfondissement :** suggestions pour poursuivre la discussion en vue d’approfondir la compréhension

Planification du cours

Le programme, tel qu’il est présenté dans le présent guide, ne prétend pas imposer un ordre pour l’étude des thèmes. Il apporte plutôt des informations concernant les contenus à étudier avant la fin du cours. Le plan de travail élaboré par l’établissement scolaire doit répondre le mieux possible aux besoins des élèves.

Par exemple, il pourra être élaboré en fonction des ressources disponibles et tenir compte de l'expérience et des acquis antérieurs des élèves ou d'autres exigences imposées à l'échelle locale.

Au NS, les enseignants peuvent choisir d'enseigner simultanément le contenu du NM et le contenu du MCNS ou choisir de les enseigner en spirale, c'est-à-dire commencer par enseigner le contenu du NM puis revenir plus tard sur ces thèmes lors de l'étude des thèmes du MCNS.

Quelle que soit la stratégie adoptée, il convient de prévoir suffisamment de temps pour les révisions en vue des examens. Les élèves doivent également se voir accorder du temps pour réfléchir sur leur apprentissage et leur évolution en tant qu'apprenants.

Volume horaire

La durée d'enseignement recommandée est de 150 heures pour les cours du NM et de 240 heures pour les cours du NS. Au NM comme au NS, les enseignants de mathématiques doivent consacrer 30 heures au développement des compétences de recherche et de modélisation. Parmi ces 30 heures, 15 maximum doivent être réservées à la tâche d'évaluation interne, c'est-à-dire l'exploration. Les volumes horaires indiqués dans le présent guide sont approximatifs et visent avant tout à donner une indication de la manière dont les heures restantes (120 heures au NM et 210 heures au NS) peuvent être réparties pour l'enseignement du programme. La durée exacte consacrée à chaque thème dépend d'un certain nombre de facteurs, et notamment des connaissances préalables et du niveau de préparation de chaque élève. Les enseignants doivent donc ajuster ces durées en fonction des besoins de leurs élèves.

Outils

Dans le cadre des heures d'enseignement, les élèves doivent mener à bien différents types d'activités réalisées par les mathématiciens dans la vie réelle. Cela leur permettra de développer les compétences de pensée propres au mathématicien ou, autrement dit, de les doter des outils nécessaires pour aborder tout type de problème mathématique. Cette démarche est en adéquation avec les six approches de l'enseignement et les cinq approches de l'apprentissage sur lesquels reposent tous les programmes de l'IB. Les élèves ont ainsi l'occasion, lors d'activités en classe, d'adopter une approche reposant sur la recherche, de se concentrer sur la compréhension conceptuelle du contenu, de se familiariser avec les mathématiques dans des contextes locaux et mondiaux, de travailler en équipe et de collaborer, tout en ayant le temps de réfléchir à leur propre apprentissage des mathématiques.

Les enseignants doivent les encourager à jouer un rôle actif dans l'identification des compétences qu'ils pourraient ajouter à leurs propres outils mathématiques. Ils sont également invités à expliquer clairement comment ces compétences peuvent se transposer d'un domaine d'études en mathématiques à un autre et inciter les élèves à mener une réflexion sur la manière dont ces compétences se transposent dans d'autres matières qu'ils étudient.

Une section **Outils** figure dans le matériel de soutien pédagogique. Elle contient des idées et des ressources que les enseignants peuvent utiliser avec leurs élèves pour encourager le développement des compétences de pensée mathématiques. Ces ressources ont été élaborées par des enseignants pour leur propre utilisation en classe. Elles ne sont pas exhaustives.

Formules et livret de formules

Les formules figurent dans le présent guide uniquement en cas d'ambiguïté. Le livret de formules du cours de mathématiques contient toutes les formules requises.

Les enseignants doivent s'assurer que les élèves se familiarisent avec le contenu du livret de formules en leur remettant un exemplaire imprimé du document ou en mettant à leur disposition une version électronique, et ce, dès le début du cours.

Chaque élève devra disposer d'un exemplaire non annoté du livret de formules lors de l'examen. Il incombe à l'établissement, avant chaque session d'examens, de télécharger le livret de formules à partir d'IBIS ou du

Centre de ressources pédagogiques et de l’imprimer en nombre suffisant afin que chaque élève dispose d’un exemplaire. Il faudra également vérifier que chaque exemplaire a été correctement imprimé.

Mots-consignes et liste des notations

Les enseignants et les élèves doivent se familiariser avec la liste des notations et les mots-consignes de l’IB, car ils seront utilisés sans explications dans les épreuves d’examen. Le **Glossaire des mots-consignes** et la **Liste des notations** figurent en annexe de ce guide.

Objectifs globaux

Les objectifs globaux de tous les cours de mathématiques du Programme du diplôme doivent permettre aux élèves :

1. de développer une curiosité et un plaisir autour des mathématiques, et d'apprécier leur élégance et leur puissance ;
2. de développer une compréhension des concepts, des principes et de la nature des mathématiques ;
3. de communiquer de façon claire et concise, et avec assurance, en utilisant le langage mathématique, et ce, dans différents contextes ;
4. de développer une pensée logique et créative ainsi que la patience et la persévérance dans la résolution de problèmes afin de forger une confiance dans l'utilisation des mathématiques ;
5. d'utiliser et d'affiner leur capacité d'abstraction et de généralisation ;
6. d'agir en vue d'appliquer et de transposer des compétences à d'autres situations, à d'autres domaines de la connaissance et à des développements futurs au sein de leurs communautés locales et mondiales ;
7. d'apprécier la manière dont les développements en technologie et en mathématiques s'influencent mutuellement ;
8. de prendre conscience des questions morales, sociales et éthiques qui découlent du travail des mathématiciens ainsi que des applications des mathématiques ;
9. d'apprécier le caractère universel des mathématiques ainsi que leurs dimensions multiculturelles, internationales et historiques ;
10. d'apprécier la contribution des mathématiques à d'autres disciplines et comme « domaine de la connaissance » à part entière dans le cadre du cours de TdC ;
11. de développer la capacité de réfléchir de façon critique sur leur propre travail ou le travail des autres ;
12. de développer, seuls ou en groupe, leur compréhension des mathématiques.

Objectifs d’évaluation

La résolution de problèmes est au cœur de l’apprentissage des mathématiques, et cela implique l’acquisition de concepts et de compétences mathématiques dans un large éventail de situations, notamment des problèmes ouverts, dans des contextes nouveaux et de la vie réelle. Les élèves ayant suivi un cours de mathématiques du Programme du diplôme doivent être en mesure d’atteindre les objectifs suivants.

1. **Connaissance et compréhension :** se remémorer, sélectionner et utiliser leurs connaissances des faits, des concepts et des techniques mathématiques dans une variété de contextes familiers ou nouveaux.
2. **Résolution de problèmes :** se remémorer, sélectionner et utiliser leur connaissance des compétences, des résultats et des modèles mathématiques dans des contextes aussi bien abstraits que réels pour résoudre des problèmes.
3. **Communication et interprétation :** transposer des contextes courants de la vie réelle en mathématiques ; commenter le contexte ; esquisser ou dessiner des diagrammes, des représentations graphiques ou des constructions mathématiques aussi bien sur papier qu’à l’aide de la technologie ; prendre note des méthodes, des solutions et des conclusions en utilisant une notation normalisée ; utiliser une notation et une terminologie appropriées.
4. **Technologie :** utiliser la technologie de façon appropriée, rigoureuse et efficace, à la fois pour explorer de nouvelles idées et pour résoudre des problèmes.
5. **Raisonnement :** formuler une argumentation mathématique en utilisant des énoncés précis, des déductions et des inférences logiques, et en manipulant des expressions mathématiques.
6. **Approches reposant sur la recherche :** explorer des situations inconnues, aussi bien abstraites que réelles, nécessitant l’organisation et l’analyse d’informations, l’élaboration de conjectures et de conclusions, et la mise en place de tests pour évaluer leur validité.

Objectifs d’évaluation dans la pratique

Objectifs d’évaluation	Épreuve 1	Épreuve 2	Épreuve 3 MCNS uniquement	Exploration
Connaissance et compréhension	20 à 30 %	15 à 25 %	10 à 20 %	5 à 15 %
Résolution de problèmes	20 à 30 %	15 à 25 %	20 à 30 %	5 à 20 %
Communication et interprétation	20 à 30 %	15 à 25 %	15 à 25 %	15 à 25 %
Technologie	0 %	25 à 35 %	10 à 30 %	10 à 20 %
Raisonnement	5 à 15 %	5 à 10 %	10 à 20 %	5 à 25 %
Approches reposant sur la recherche	10 à 20 %	5 à 10 %	15 à 30 %	25 à 35 %

Résumé du programme

Composante du programme	Heures d'enseignement recommandées	
	NM	NS
Thème 1 – Nombres et algèbre	19	39
Thème 2 – Fonctions	21	32
Thème 3 – Géométrie et trigonométrie	25	51
Thème 4 – Statistiques et probabilités	27	33
Thème 5 – Analyse mathématique	28	55
Outils et exploration mathématique Développement de compétences de recherche, de résolution de problèmes et de modélisation menant à une exploration individuelle. L'exploration est un travail écrit de recherche portant sur un domaine des mathématiques.	30	30
Nombre total d'heures d'enseignement	**150**	**240**

Tous les thèmes sont obligatoires. Les élèves doivent étudier l'ensemble des sous-thèmes des cinq thèmes du programme figurant dans ce guide. Ils doivent également connaître les thèmes indiqués dans la liste des acquis antérieurs.

Acquis antérieurs

Avant de commencer un cours de mathématiques du Programme du diplôme, tous les élèves doivent déjà posséder des connaissances approfondies en mathématiques, mais les enseignants doivent s'attendre à ce que ces connaissances soient diverses. Les élèves de mathématiques doivent connaître les thèmes suivants avant de passer les épreuves d'examen car les questions d'examen sont élaborées en partant du principe que ces connaissances sont acquises. Les enseignants doivent donc s'assurer que tous les thèmes mentionnés ici qui ne sont pas maîtrisés par leurs élèves au début du cours soient introduits très tôt. Ils doivent également prendre en compte les connaissances mathématiques acquises par leurs élèves afin de concevoir un programme d'études approprié. Ce tableau répertorie les acquis antérieurs qui, avec le contenu du programme, sont essentiels pour suivre avec succès ce cours de mathématiques.

Nombres et algèbre

- Ensembles de nombres : entiers naturels, $\mathbb{N}$; entiers relatifs, $\mathbb{Z}$; nombres rationnels, $\mathbb{Q}$, et irrationnels ; nombres réels, $\mathbb{R}$.
- Système international (SI) d'unités de longueur, de masse, de temps, ainsi que les unités qui en sont dérivées, comme la vitesse, l'aire et le volume par exemple.
- Arrondissement, approximations décimales et chiffres significatifs, y compris le calcul d'erreurs.
- Définition et traitement élémentaire de la valeur absolue (module), $|a|$.
- Utilisation de l'addition, de la soustraction, de la multiplication et de la division sur les nombres entiers, les nombres décimaux et les fractions, y compris l'ordre des opérations.
- Nombres premiers, facteurs (diviseurs) et multiples.
- Plus grand commun diviseur et plus petit commun multiple (NS uniquement).
- Applications simples faisant intervenir des rapports, des pourcentages et des proportions.
- Manipulation d'expressions algébriques, y compris la factorisation et le développement.
- Réarrangement de formules.
- Calcul de la valeur numérique d'une expression par substitution.
- Évaluation d'expressions exponentielles avec des exposants positifs simples.
- Évaluation d'expressions exponentielles avec des exposants rationnels (NS uniquement).
- Utilisation d'inégalités, $<$, $\leq$, $>$, $\geq$, intervalles sur la droite numérique.
- Simplification d'expressions simples comportant des racines (radicaux).
- Rationalisation du dénominateur (NS uniquement).
- Expression des nombres sous la forme $a \times 10^k$, $1 \leq a < 10$, $k \in \mathbb{Z}$.
- Connaissance des devises mondiales généralement acceptées.
- Résolution d'équations et d'inéquations du premier degré.
- Résolution d'équations et d'inéquations du second degré avec coefficients rationnels (NS uniquement).
- Résolution de systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues.
- Concept d'ensemble et notation associée. Opérations sur des ensembles : union et intersection.
- Addition et soustraction de fractions algébriques (NS uniquement).

Fonctions

- Représentation graphique de fonctions affines et de fonctions du second degré à l'aide de la technologie.
- Application des éléments d'un ensemble dans un autre. Illustration au moyen de couples, de tableaux, de diagrammes et de représentations graphiques.

Géométrie et trigonométrie

- Le théorème de Pythagore et sa réciproque.
- Le milieu d'un segment de droite et la distance entre deux points du plan cartésien.
- Concepts de géométrie : point, droite, plan, angle.
- Mesure des angles en degrés, directions d'une boussole.
- Somme des angles d'un triangle.
- La trigonométrie dans le triangle rectangle, y compris des applications simples pour la résolution de problèmes impliquant des triangles.
- Relèvement (le relèvement d'un point B par rapport à un point A est l'angle mesuré dans le sens horaire entre la direction du nord et le segment [AB]. Cet angle s'exprime en degrés et est une mesure à 3 chiffres ; par exemple, 045°, 229°).
- Transformations géométriques simples : translation, réflexion, rotation, homothétie.
- Le cercle, son centre et son rayon, son aire et sa circonférence. Les termes « diamètre », « arc », « secteur », « corde », « tangente » et « segment circulaire ».
- Périmètre et aire de figures planes. Propriétés des triangles et des quadrilatères, y compris les parallélogrammes, les losanges, les rectangles, les carrés, les cerfs-volants et les trapèzes ; figures composées.
- Connaissance des formes tridimensionnelles (prismes, pyramides, sphères, cylindres et cônes).
- Volume et aire de la surface de parallélépipèdes rectangles, de prismes, de cylindres et de formes tridimensionnelles composées.

Statistiques et probabilités

- Recueil de données et représentation sous forme de diagrammes à barres, de diagrammes circulaires, de pictogrammes et de graphiques linéaires.
- Obtention de statistiques simples à partir de données discrètes, y compris la moyenne, la médiane, le mode, l'étendue.
- Calcul de la probabilité d'événements simples.
- Diagrammes de Venn pour trier des données.
- Diagrammes en arbre.

Analyse mathématique

$$\text{vitesse} = \frac{\text{distance}}{\text{temps}}$$

Contenu du programme

Thème 1 – Nombres et algèbre

Concepts

Compréhensions essentielles

Les nombres et l'algèbre nous permettent de représenter des régularités, de montrer des équivalences et de faire des généralisations qui rendent possible la modélisation de situations de la vie réelle. L'algèbre est une abstraction de concepts numériques. Elle utilise des variables afin de nous permettre de résoudre des problèmes mathématiques.

Concepts suggérés intégrés dans ce thème

Généralisation, représentation, modélisation, équivalence, régularités, quantité

MCNS : validité, systèmes

Compréhensions conceptuelles propres au contenu

- La modélisation de situations de la vie réelle à l'aide de suites et de séries arithmétiques et géométriques rend possibles la prédiction, l'analyse et l'interprétation.
- Les différentes représentations des nombres font en sorte que des quantités équivalentes puissent être comparées et utilisées aisément dans des calculs avec un degré de précision approprié.
- Des nombres et des formules peuvent être écrits sous des formes ou des représentations différentes, mais équivalentes, ce qui nous aide à établir des identités mathématiques.
- Une formule constitue une généralisation établie à partir d'exemples spécifiques, qui peut ensuite être étendue à de nouveaux exemples.
- Les lois des logarithmes permettent de trouver les réciproques de fonctions exponentielles qui modélisent des situations de la vie réelle.
- Les régularités dans les nombres sont à la base du développement d'outils algébriques pouvant être appliqués pour trouver des inconnues.
- La formule du binôme de Newton est une généralisation qui constitue une méthode efficace pour développer des expressions binomiales.

MCNS

- Une démonstration permet de valider une formule mathématique ainsi que l'équivalence des identités.
- La représentation de fractions partielles et de nombres complexes sous différentes formes permet d'effectuer facilement des calculs qui semblent difficiles.
- Il est possible de résoudre des systèmes d'équations à l'aide de nombreuses méthodes algébriques et graphiques équivalentes.

Contenu du NM

Heures d'enseignement recommandées : 19

L'objectif global du contenu du NM pour le thème « Nombres et algèbre » est d'initier les élèves à des concepts et des techniques numériques qui peuvent être utilisés dans des applications financières ou autres. Cela s'accompagne de l'introduction des suites et des séries arithmétiques et géométriques. Les élèves seront également initiés au concept formel de démonstration.

Les sections NM 1.1 à NM 1.5 sont communes au programme de mathématiques : analyse et approches et à celui de mathématiques : applications et interprétation.

NM 1.1

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Opérations avec des nombres sous la forme $a \times 10^k$, où $1 \leq a < 10$ et k est un entier relatif.	Les notations propres aux calculatrices ou aux ordinateurs ne sont **pas** acceptables. Par exemple, 5.2E30 n'est **pas** acceptable et devrait être écrit sous la forme $5{,}2 \times 10^{30}$.

Liens

Autres contextes : les nombres très grands et très petits, par exemple, les distances astronomiques, les particules subatomiques en physique ou les valeurs financières en macroéconomie.

Liens avec d'autres matières : chimie (la constante d'Avogadro) ; physique (ordre de grandeur) ; biologie (mesures microscopiques) ; matières du groupe Sciences (incertitude et précision d'une mesure).

Dimension internationale : l'histoire des nombres à partir des Sumériens et leur développement jusqu'au système arabe d'aujourd'hui.

Théorie de la connaissance : les noms que nous donnons aux choses ont-ils un impact sur la façon dont nous les comprenons ? Par exemple, quel est l'impact du fait que certains nombres très grands portent un nom, tels le googol et le googolplex, alors que d'autres sont représentés sous la forme $a \times 10^k$?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 1.2

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Suites et séries arithmétiques. Utilisation de la formule pour le $n^{\text{ième}}$ terme et la somme des n premiers termes de la suite. Utilisation de la notation sigma pour les sommes de suites arithmétiques.	Des tableurs, des calculatrices à écran graphique et des logiciels de représentation graphique peuvent être utilisés pour générer et afficher des suites de plusieurs façons. Si la technologie est utilisée lors des épreuves d'examen, les élèves devront être capables d'identifier le premier terme et la raison.
Applications.	Il est possible d'aborder les intérêts simples accumulés au cours d'un certain nombre d'années.
Analyse, interprétation et prédiction lorsqu'un modèle n'est pas parfaitement arithmétique dans la vie réelle.	Les élèves devront être en mesure de trouver une valeur approximative de la raison.

Liens

Dimension internationale : Aryabhata est parfois considéré comme « le père de l'algèbre », comparaison avec al-Khawarizmi ; l'utilisation de différents alphabets dans la notation mathématique (par exemple, la lettre sigma majuscule pour désigner une somme).

Théorie de la connaissance : toute connaissance implique-t-elle l'identification et l'utilisation de régularités ? On peut par exemple examiner les nombres de la suite de Fibonacci et leurs liens avec le nombre d'or.

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 1.3

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Suites et séries géométriques. Utilisation de la formule pour le $n$ième terme et la somme des n premiers termes de la suite. Utilisation du symbole somme (la lettre sigma majuscule) pour représenter les sommes de suites géométriques.	Des tableurs, des calculatrices à écran graphique et des logiciels de représentation graphique peuvent être utilisés pour générer et afficher des suites de plusieurs façons. Si la technologie est utilisée lors des épreuves d'examen, les élèves devront être capables d'identifier le premier terme et la raison. **Lien avec :** les modèles/fonctions dans le thème 2 et la régression dans le thème 4.
Applications.	Il est possible d'aborder la propagation d'une maladie, l'augmentation et la diminution de revenus, la croissance d'une population.

Liens

Liens avec d'autres matières : désintégration radioactive, physique nucléaire, charge et décharge de condensateurs (physique).

Dimension internationale : légende sur l'origine du jeu d'échecs (le sage Sissa).

Théorie de la connaissance : comment les mathématiciens abordent-ils le fait que certaines conclusions semblent entrer en conflit avec nos intuitions ? On peut par exemple considérer le fait qu'une aire finie peut être délimitée par un périmètre infini.

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 1.4

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Applications financières de suites et de séries géométriques : • intérêts composés ; • dépréciation annuelle.	Les questions d'examen peuvent exiger l'utilisation de la technologie, notamment les modules financiers intégrés. Le concept d'intérêts simples peut être utilisé pour introduire celui d'intérêts composés. Il est possible de calculer la valeur réelle d'un investissement avec un taux d'intérêt et un taux d'inflation donnés. Les questions des épreuves d'examen ne demanderont jamais aux élèves de déduire une formule.

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
	Les intérêts composés peuvent être calculés annuellement, semestriellement, trimestriellement ou mensuellement. **Lien avec :** les modèles exponentiels et les fonctions exponentielles dans le thème 2.

Liens

Autres contextes : prêts.

Liens avec d'autres matières : prêts et remboursements (économie et gestion des entreprises).

Objectif global 8 : considérations éthiques concernant les emprunts et les prêts d'argent.

Dimension internationale : toutes les sociétés voient-elles les investissements et les intérêts de la même façon ?

Théorie de la connaissance : comment les avancées technologiques affectent-elles la nature et la pratique des mathématiques ? On peut par exemple considérer l'utilisation de modules financiers.

Approfondissement : le concept du nombre e peut être introduit à travers l'intérêt composé, $(1 + \frac{1}{n})^n \to \mathrm{e}$, lorsque $n \to \infty$. Cependant, cela ne sera pas évalué.

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 1.5

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Lois des exposants avec des exposants entiers.	**Exemples :** $5^3 \times 5^{-6} = 5^{-3}$, $6^4 \div 6^3 = 6$, $(2^3)^{-4} = 2^{-12}$, $(2x)^4 = 16x^4$, $2x^{-3} = \frac{2}{x^3}$.
Initiation aux logarithmes de base 10 et de base e. Calcul de logarithmes à l'aide de la technologie.	Les élèves doivent savoir que $a^x = b$ est équivalent à $\log_a b = x$, que $b > 0$, et que $\log_e x = \ln x$.

Liens

Autres contextes : échelle de Richter et échelle des décibels.

Liens avec d'autres matières : calcul du pH et solutions tampons (chimie).

Théorie de la connaissance : les mathématiques sont-elles une invention ou une découverte ? On peut par exemple considérer le nombre e ou les logarithmes. Existaient-ils avant d'être définis par l'homme ? (Ce sujet permet aux enseignants d'encourager une réflexion sur la « nature des mathématiques ».)

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 1.6

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Raisonnements déductifs simples, numériques et algébriques ; comment présenter une démonstration pour montrer que l'expression du côté gauche d'une identité est égale à l'expression du côté droit. Les symboles et la notation pour égalité et identité.	**Exemple :** montrez que $\frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$. Montrez que la généralisation algébrique de cette expression est $\frac{1}{m+1} + \frac{1}{m^2+m} \equiv \frac{1}{m}$. Ce type de démonstration exige que les élèves partent de l'expression du côté gauche de l'identité et qu'ils la transforment en l'expression du côté droit, en utilisant des manipulations algébriques connues (ou vice versa). **Exemple :** montrez que $(x-3)^2 + 5 \equiv x^2 - 6x + 14$. Les élèves doivent être capables de démontrer de quelle façon ils peuvent vérifier un résultat, en effectuant une vérification de leurs propres résultats.

Liens

Théorie de la connaissance : le raisonnement mathématique est-il différent du raisonnement scientifique ou de celui dans d'autres domaines de la connaissance ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 1.7

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Lois des exposants avec des exposants rationnels.	$a^{\frac{1}{m}} = \sqrt[m]{a}$, si m est positif, cela fait référence à la racine positive. **Exemple :** $16^{\frac{3}{4}} = 8$.
Lois des logarithmes. $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ $\log_a x^m = m\log_a x$ pour $a, \quad x, \quad y > 0$	$y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a y$; $\log_a a = 1, \log_a 1 = 0,$ $a, \quad y \in \mathbb{N}, \quad x \in \mathbb{Z}$ **Lien avec :** initiation aux logarithmes (NM 1.5). **Exemples :** $\frac{3}{4} = \log_{16} 8, \log 32 = 5\log 2$ $\log 24 = \log 8 + \log 3$ $\log_3 \frac{10}{4} = \log_3 10 - \log_3 4$ $\log_4 3^5 = 5\log_4 3$ **Lien avec :** représentations graphiques logarithmiques et exponentielles (NM 2.9).
Changement de base d'un logarithme. $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$, pour $a, \quad b, \quad x > 0$	**Exemples :** $\log_4 7 = \frac{\ln 7}{\ln 4}$ $\log_{25} 125 = \frac{\log_5 125}{\log_5 25} \quad (= \frac{3}{2})$
Résolution d'équations exponentielles, notamment en utilisant des logarithmes.	**Exemples :** $(\frac{1}{3})^x = 9^{x+1}, 2^{x-1} = 10$

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
	Lien avec : utilisation de représentations graphiques logarithmiques et exponentielles (NM 2.9).

Liens

Liens avec d'autres matières : calcul du pH, solutions tampons et recherche de l'énergie d'activation à partir de données expérimentales (chimie).

Théorie de la connaissance : comment des avancées majeures, comme le développement des logarithmes, ont-elles changé la façon dont les mathématiciens conçoivent le monde ainsi que la nature des mathématiques ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 1.8

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Somme de suites géométriques infinies convergentes.	Utilisation de $\lvert r \rvert < 1$ et notation valeur absolue. **Lien avec :** suites et séries géométriques (NM 1.3).

Liens

Théorie de la connaissance : est-il possible d'avoir des connaissances à propos de choses que nous ne pouvons pas concevoir de façon concrète, comme l'infini ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 1.9

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Formule du binôme de Newton : développement de $(a+b)^n, n \in \mathbb{N}$.	Des principes de dénombrement peuvent être utilisés dans le développement du binôme.
Utilisation du triangle de Pascal et de ${}^{n}\mathrm{C}_{r}$.	${}^{n}\mathrm{C}_{r}$ doit pouvoir être trouvé à l'aide de la formule **et** de la technologie. **Exemple :** trouver r lorsque ${}^{6}\mathrm{C}_{r} = 20$, en utilisant un tableau de valeurs générées à l'aide de la technologie.

Liens

Objectif global 8 : éthique en mathématiques (le triangle de Pascal : attribution erronée d'une découverte mathématique à un mathématicien).

Dimension internationale : les propriétés du « triangle de Pascal » étaient connues par plusieurs cultures différentes bien avant Pascal (par exemple, par le mathématicien chinois Yang Hui).

Théorie de la connaissance : de quelle façon des individus remarquables ont-ils façonné le développement des mathématiques en tant que domaine de la connaissance ? Réfléchissez au triangle de Pascal.

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

Contenu du MCNS

Heures d'enseignement recommandées : 20

L'objectif global du contenu du MCNS pour le thème « Nombres et algèbre » est d'approfondir et de développer les objectifs, les concepts et les compétences du contenu du NM. Il initie les élèves à quelques techniques importantes de développement, de simplification et de résolution d'équations. Les nombres complexes y sont introduits et les élèves développeront leur connaissance de la démonstration formelle, de la démonstration par récurrence, de la démonstration par l'absurde et de la démonstration par contre-exemple.

MCNS 1.10

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Principes de dénombrement, y compris des permutations et des combinaisons.	**Non exigé :** permutations où certains objets sont indiscernables. Permutations circulaires.
Extension de la formule du binôme de Newton à des exposants fractionnaires et négatifs, c'est-à-dire $(a+b)^n, \quad n \in \mathbb{Q}$.	$(a+b)^n = \left(a(1+\frac{b}{a})\right)^n = a^n(1+\frac{b}{a})^n, n \in \mathbb{Q}$ **Lien avec :** développement des séries entières (MCNS 5.19). **Non exigé :** démonstration de la formule du binôme de Newton.

Liens

Autres contextes : trouver des approximations de $\sqrt{2}$.

Objectif global 8 : combien y a-t-il de billets différents possibles dans une loterie ? Quelles conclusions peut-on en tirer quant à l'éthique de la vente de billets de loterie à ceux qui ne comprennent pas les implications de ces grands nombres ?

Dimension internationale : les propriétés du « triangle de Pascal » étaient connues par plusieurs cultures différentes bien avant Pascal (par exemple, par le mathématicien chinois Yang Hui).

Théorie de la connaissance : qu'est-ce que la compréhension en mathématiques ? Est-ce davantage que d'obtenir la bonne réponse ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 1.11

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Fractions partielles.	Deux termes linéaires distincts maximum au dénominateur, avec le degré du numérateur plus petit que le degré du dénominateur. **Exemple :** $\frac{2x+1}{x^2+x-2} \equiv \frac{1}{(x-1)} + \frac{1}{(x+2)}$ **Lien avec :** utilisation de fractions partielles pour simplifier l'intégrande (MCNS 5.15).

Liens

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 1.12

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Nombres complexes : le nombre i tel que $\mathrm{i}^2 = -1$. Forme cartésienne : $z = a + b\mathrm{i}$; les termes « partie réelle », « partie imaginaire », « conjugué », « module » et « argument ».	
Le plan complexe.	Le plan complexe est aussi connu sous le nom de diagramme d'Argand. **Lien avec :** vecteurs (MCNS 3.12).

Liens

Autres contextes : concepts en génie électrique (l'impédance comme une combinaison de résistance et de réactance ainsi que la puissance apparente comme une combinaison de puissance réelle et de puissance réactive). Ces combinaisons prennent la forme $a + b\mathrm{i}$.

Théorie de la connaissance : comment la langue façonne-t-elle les connaissances ? Par exemple, les mots « imaginaire » et « complexe » rendent-ils les concepts qu'ils décrivent plus difficiles que s'ils portaient des noms différents ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 1.13

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Forme module-argument (forme polaire) : $z = r(\cos\theta + \mathrm{i}\,\sin\theta) = r\mathrm{cis}\theta$. Forme d'Euler : $z = r\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$. Sommes, produits et quotients en forme cartésienne, polaire ou d'Euler et leur interprétation géométrique.	Il est attendu des élèves qu'ils soient capables d'effectuer des conversions entre les formes cartésienne, module-argument (polaire) et d'Euler.

Liens

Autres contextes : concepts en génie électrique (la phase, le facteur puissance et la puissance apparente comme un nombre complexe sous forme polaire).

Théorie de la connaissance : pourquoi peut-on affirmer que l'égalité $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi} + 1 = 0$ est belle ? Quelle est la place de la beauté et de l'élégance en mathématiques ? Qu'en est-il de la place de la créativité ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 1.14

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Racines complexes conjuguées d'équations du second degré et d'équations polynomiales à coefficients réels.	Les racines complexes surviennent en paires conjuguées.
Théorème de De Moivre et son extension à des exposants rationnels. Puissances et racines de nombres complexes.	Démonstration par récurrence pour le cas où $n \in \mathbb{Z}^+$. **Lien avec :** somme et produit de racines d'équations polynomiales (MCNS 2.12), formules de la somme et de la différence de deux angles (MCNS 3.10).

Liens

Théorie de la connaissance : est-il possible qu'un jour, tout ce qui est important d'un point de vue mathématique soit connu ? On peut réfléchir sur la création des nombres complexes avant que leurs applications ne soient connues.

Approfondissement : le théorème de De Moivre peut-il être généralisé pour tout n ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 1.15

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Démonstration par récurrence.	Les démonstrations doivent être incorporées tout au long du cours lorsque cela est approprié. La récurrence est liée de façon spécifique à une grande variété de sujets, par exemple, les nombres complexes, la dérivation, les sommes de suites et la divisibilité.
Démonstration par l'absurde.	**Exemples :** l'irrationalité de $\sqrt{3}$; l'irrationalité de la racine cubique de 5 ; la preuve d'Euclide quant à l'existence d'un nombre infini de nombres premiers ; si a est un nombre rationnel et b est un nombre irrationnel, alors $a + b$ est un nombre irrationnel.
Utilisation d'un contre-exemple pour démontrer qu'un énoncé n'est pas toujours vrai.	**Exemple :** considérez l'ensemble P de nombres de la forme $n^2 + 41n + 41,\ \ n \in \mathbb{N}$, montrez que les éléments de P ne sont pas tous premiers. **Exemple :** montrez que l'énoncé suivant n'est pas toujours vrai : il n'y a pas de solution entière positive à l'équation $x^2 + y^2 = 10$. Il n'est pas suffisant d'énoncer seulement le contre-exemple. Les élèves doivent expliquer pourquoi leur exemple est un contre-exemple.

Liens

Autres contextes : le théorème des quatre couleurs.

Dimension internationale : comment les pythagoriciens ont-ils trouvé que $\sqrt{2}$ est irrationnel ?

Théorie de la connaissance : quel est le rôle de la communauté mathématique dans la détermination de la validité d'une démonstration mathématique ? Les démonstrations nous fournissent-elles une connaissance complètement certaine ? Quelle est la différence entre la méthode inductive en sciences et la démonstration par récurrence en mathématiques ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 1.16

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Solutions d'un système d'équations du premier degré (maximum de trois équations et trois inconnues), comprenant les cas où il existe une solution unique, une infinité de solutions ou aucune solution.	Tout système doit pouvoir être résolu aussi bien par le calcul que grâce à la technologie, par exemple, par la méthode de Gauss ou d'autres méthodes matricielles. Les systèmes qui n'admettent pas de solution sont appelés incompatibles. Trouver la solution générale pour un système d'équations qui admet une infinité de solutions. **Lien avec :** intersections possibles des droites et des plans (MCNS 3.18)

Liens
Théorie de la connaissance : les mathématiques, sens, perception et raison : si nous pouvons trouver des solutions dans des dimensions supérieures, pouvons-nous en déduire que ces espaces existent au-delà de la perception de nos sens ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

Thème 2 – Fonctions

Concepts

Compréhensions essentielles

Un modèle constitue une représentation d'un événement de la vie réelle à l'aide d'expressions, d'équations ou de graphiques alors qu'une fonction est définie comme étant une relation faisant intervenir une ou plusieurs variables. Il existe différentes façons de communiquer des idées mathématiques en créant diverses représentations de fonctions pour modéliser les relations entre des variables, visuellement et symboliquement, par des graphiques, des équations et des tableaux.

Concepts suggérés intégrés dans ce thème

Représentation, relations, espace, quantité, équivalence

MCNS : systèmes, régularités

Compréhensions conceptuelles propres au contenu

- Différentes représentations de fonctions, symboliquement et visuellement, par des graphiques, des équations et des tableaux, constituent différentes façons de communiquer des relations mathématiques.
- Les paramètres dans une fonction ou dans une équation correspondent à des caractéristiques géométriques d'une représentation graphique et peuvent représenter des quantités physiques.

- Le fait d'alterner entre différentes formes pour représenter des fonctions permet un approfondissement des connaissances et fournit des approches différentes à la résolution de problèmes.
- Notre fenêtre de représentation limite la partie visible d'une fonction et, en changeant cette fenêtre, il devient possible de voir la partie de la fonction qui nous intéresse.
- Des fenêtres différentes de fonctions du second degré peuvent révéler des caractéristiques différentes d'une même fonction.
- Les fonctions sont des applications qui attribuent à chaque valeur de la variable indépendante (valeur d'entrée), une et une seule valeur de la variable dépendante (valeur de sortie).

MCNS

- La généralisation de résultats d'un cas particulier à une forme générale peut nous permettre d'appliquer ces résultats à un système plus large.
- Il est possible de déterminer des régularités dans les comportements, qui nous renseignent quant aux stratégies à utiliser pour les modéliser ou les résoudre.
- L'intersection des représentations graphiques des équations d'un système peut être représentée graphiquement et algébriquement. Elle représente la solution qui satisfait toutes les équations.

Contenu du NM

Heures d'enseignement recommandées : 21

L'objectif global du contenu du NM pour le thème « Fonctions » est d'initier les élèves à la notion importante de fonction en tant que thème unificateur en mathématiques et d'utiliser les fonctions dans des situations mathématiques variées.

À travers ce thème, on doit permettre aux élèves d'utiliser la technologie, comme des modules de représentation graphique et des calculatrices à écran graphique, afin de développer et d'appliquer leurs connaissances des fonctions, plutôt que d'utiliser des techniques analytiques complexes.

Lors des épreuves d'examen :

- certaines questions pourront exiger la représentation graphique de fonctions qui ne sont pas explicitement mentionnées dans le programme ;
- le domaine de définition d'une fonction sera le plus large possible, sauf indication contraire. Il s'agira généralement de l'ensemble des nombres réels.

Les sections NM 2.1 à NM 2.4 sont communes au programme de mathématiques : analyse et approches et à celui de mathématiques : applications et interprétation.

NM 2.1

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Les différentes formes de l'équation d'une droite. Pente ; points d'intersection avec les axes. Droites avec pentes, m_1 et m_2. Droites parallèles, $m_1 = m_2$. Droites perpendiculaires, $m_1 \times m_2 = -1$.	$y = mx + c$ (forme fonctionnelle). $ax + by + d = 0$ (forme générale). $y - y_1 = m(x - x_1)$ (forme point-pente). Calculer la pente de plans inclinés, comme des routes de montagne, des ponts, etc.

Liens

Autres contextes : pentes de routes de montagne, pentes de rampes d'accès.

Liens avec d'autres matières : taux de change et élasticité des prix et des revenus, courbes de l'offre et la demande (économie) ; analyse graphique dans du travail expérimental (matières du groupe Sciences).

Théorie de la connaissance : Descartes a montré que des problèmes géométriques pouvaient être résolus algébriquement et vice versa. Quelles conclusions peut-on en tirer quant à la représentation mathématique et la connaissance mathématique ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 2.2

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Concept de fonction, domaine, image et représentation graphique. Notations pour des fonctions, par exemple $f(x), \quad v(t), \quad C(n)$. Le concept de fonction en tant que modèle mathématique.	**Exemple :** $f(x) = \sqrt{2-x}$, le domaine est $x \leq 2$, l'image est $f(x) \geq 0$. Une représentation graphique est utile pour visualiser l'image d'une fonction.
Concept informel du fait que la réciproque d'une fonction annule ou inverse l'effet de la fonction. Fonction réciproque en tant que réflexion par rapport à la droite $y = x$, et la notation $f^{-1}(x)$.	**Exemple :** résoudre $f(x) = 10$ est équivalent à trouver $f^{-1}(10)$. Les élèves doivent savoir que les fonctions réciproques existent seulement pour des fonctions injectives ; le domaine de $f^{-1}(x)$ est égal à l'image de $f(x)$.

Liens

Autres contextes : conversion de températures et de devises.

Liens avec d'autres matières : conversion de devises et fonction coût (économie et gestion des entreprises) ; mouvement d'un projectile (physique).

Objectif global 8 : quelle est la relation entre des problèmes de la vie réelle et des modèles mathématiques ?

Dimension internationale : le développement de la notion de fonction par René Descartes (France), Gottfried Wilhelm Leibniz (Allemagne) et Leonhard Euler (Suisse) ; la notation pour les fonctions a été développée par plusieurs mathématiciens différents aux XVIIe et XVIIIe siècles, comment la notation que nous utilisons aujourd'hui a-t-elle été adoptée internationalement ?

Théorie de la connaissance : pensez-vous que l'on peut considérer les mathématiques ou la logique comme des langues ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 2.3

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
La représentation graphique d'une fonction ; son équation $y = f(x)$.	Les élèves doivent faire la distinction entre les mots-consignes « Dessiner » et « Esquisser ».
Créer une esquisse à partir des informations données ou d'un contexte, y compris la transcription sur papier d'une représentation graphique à l'écran.	Les axes et les principales caractéristiques de la fonction doivent être indiqués. Il peut s'agir de fonctions n'ayant pas été mentionnées spécifiquement dans le thème 2.

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Utilisation de la technologie pour représenter graphiquement des fonctions, y compris leurs sommes et leurs différences.	

Liens

Liens avec d'autres matières : esquisse et interprétation de représentations graphiques (matières du groupe Sciences, géographie, économie).

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

Théorie de la connaissance : l'étude de la représentation graphique d'une fonction nécessite-t-elle le même niveau de rigueur mathématique que l'étude algébrique de cette même fonction ? Quels sont les avantages et les inconvénients des différentes formes et du langage symbolique en mathématiques ?

NM 2.4

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Déterminer les principales caractéristiques de représentations graphiques.	Valeurs maximales et minimales ; points d'intersection ; symétrie ; sommet ; zéros des fonctions ou racines des équations ; asymptotes verticales et horizontales à l'aide de la technologie.
Trouver le point d'intersection de deux courbes ou de deux droites à l'aide de la technologie.	

Liens

Liens avec d'autres matières : identification et interprétation des principales caractéristiques d'une représentation graphique (matières du groupe Sciences, géographie, économie) ; modèle de courbe des possibilités de production, équilibre du marché (économie).

Dimension internationale : l'approche axiomatique du groupe de Bourbaki par opposition à l'approche visuelle de Mandelbrot.

Utilisation de la technologie : technologie de représentation graphique avec des curseurs pour déterminer les effets d'un changement dans les paramètres et les variables.

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 2.5

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Fonctions composées.	$(f \circ g)(x) = f(g(x))$
Fonction identité. Trouver la fonction réciproque $f^{-1}(x)$.	$(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = x$ L'existence d'une fonction réciproque pour les fonctions injectives. **Lien avec :** concept de fonction réciproque en tant que réflexion par rapport à la droite $y = x$ (NM 2.2).

Liens

Théorie de la connaissance : pensez-vous que l'on peut considérer les mathématiques ou la logique comme des langues ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 2.6

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
La fonction du second degré $f(x) = ax^2 + bx + c$: sa représentation graphique, son ordonnée à l'origine $(0, c)$. Axe de symétrie. La forme $f(x) = a(x - p)(x - q)$, abscisses à l'origine $(p, 0)$ et $(q, 0)$. La forme $f(x) = a\,(x - h)^2 + k$, sommet (h, k).	La représentation graphique d'une fonction du second degré est aussi appelée une parabole. **Lien avec :** transformations (NM 2.11). Les candidats doivent être capables de passer d'une forme à une autre.

Liens

Liens avec d'autres matières : cinématique, mouvement d'un projectile et mouvement harmonique simple (physique).

Théorie de la connaissance : y a-t-il des différences fondamentales entre les mathématiques et d'autres domaines de la connaissance ? Si tel est le cas, ces différences sont-elles davantage que de simples différences méthodologiques ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 2.7

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Résolution d'équations et d'inéquations du second degré. La formule quadratique.	Utilisation de la factorisation, de la méthode de complétion du carré (forme canonique) et de la formule quadratique. Les solutions peuvent être appelées des racines ou des zéros.
Le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$ et la nature des racines, c'est-à-dire, deux racines réelles distinctes, deux racines réelles égales, aucune racine réelle.	**Exemple :** pour l'équation $3kx^2 + 2x + k = 0$, trouvez les valeurs possibles de k qui donneront deux racines réelles distinctes, deux racines réelles égales, aucune racine réelle.

Liens

Liens avec d'autres matières : mouvement d'un projectile et variations d'énergie dans un mouvement harmonique simple (physique) ; équations d'équilibre (chimie).

Dimension internationale : la méthode de multiplication babylonienne : $ab = \frac{(a+b)^2 - a^2 - b^2}{2}$. Les Sulba-Sutras dans l'Inde ancienne et le manuscrit Bakhshali contiennent une formule algébrique résolvant des équations du second degré.

Théorie de la connaissance : quels sont les concepts clés constituent la pierre angulaire des connaissances en mathématiques ?

Utilisation de la technologie : logiciels de représentation graphique dynamique avec un curseur.

Approfondissement : obtention de la formule quadratique par la complétion du carré.

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 2.8

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
La fonction réciproque $f(x) = \frac{1}{x}, \; x \neq 0$: sa représentation graphique et le fait qu'elle soit sa propre réciproque.	
Fonctions rationnelles de la forme $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ et leurs représentations graphiques. Équations des asymptotes verticales et horizontales.	Les esquisses doivent inclure toutes les asymptotes horizontales et verticales ainsi que tout point d'intersection avec les axes. **Lien avec :** transformations (NM 2.11). Asymptote verticale : $x = -\frac{d}{c}$ Asymptote horizontale : $y = \frac{a}{c}$

Liens

Dimension internationale : le développement de la notion de fonction par René Descartes (France), Gottfried Wilhelm Leibniz (Allemagne) et Leonhard Euler (Suisse).

Théorie de la connaissance : qu'implique l'acceptation du fait que les connaissances mathématiques changent au cours du temps ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 2.9

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Fonctions exponentielles et leurs représentations graphiques : $f(x) = a^x, a > 0, f(x) = \mathrm{e}^x$ Fonctions logarithmiques et leurs représentations graphiques : $f(x) = \log_a x, x > 0, f(x) = \ln x, x > 0$	**Lien avec :** applications financières de suites et de séries géométriques (NM 1.4). Relations entre ces fonctions : $a^x = \mathrm{e}^{x \ln a}$; $\log_a a^x = x, a, \quad x > 0, \quad a \neq 1$ Fonctions exponentielles et logarithmiques en tant que fonctions réciproques l'une de l'autre.

Liens

Liens avec d'autres matières : désintégration radioactive, charge et décharge de condensateurs (physique) ; réactions de premier ordre et énergie d'activation (chimie) ; courbes de croissance (biologie).

Objectif global 8 : l'expression « croissance exponentielle » est souvent utilisée pour décrire plusieurs phénomènes. S'agit-il d'une utilisation erronée de ce terme mathématique ?

Théorie de la connaissance : quel rôle jouent les « modèles » en mathématiques ? Le rôle qu'ils jouent dans les mathématiques est-il différent de celui qu'ils jouent dans d'autres domaines de la connaissance ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 2.10

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Résolution d'équations, aussi bien de façon graphique qu'analytique	**Exemple :** $e^{2x} - 5e^x + 4 = 0$ **Lien avec :** compétences de représentation graphique de fonctions (NM 2.3).
Utilisation de la technologie pour résoudre une variété d'équations, notamment lorsqu'une approche analytique n'est pas faisable.	**Exemples :** $e^x = \sin x$ $x^4 + 5x - 6 = 0$
Applications de compétences de représentation graphique et résolution d'équations portant sur des situations de la vie réelle.	**Lien avec :** croissance exponentielle (NM 2.9).

Liens

Autres contextes : désintégration radioactive, croissance et décroissance d'une population, intérêts composés, mouvement d'un projectile, distance de freinage.

Liens avec d'autres matières : désintégration radioactive (physique), modélisation (matières du groupe Sciences), modèle de courbe des possibilités de production (économie).

Théorie de la connaissance : quelles hypothèses les mathématiciens émettent-ils lorsqu'ils appliquent les mathématiques à des situations de la vie réelle ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 2.11

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Transformations de représentations graphiques. Translations : $y = f(x) + b$; $y = f(x - a)$. Réflexion (par rapport à chacun des axes) : $y = -f(x)$; $y = f(-x)$. Dilatation verticale de facteur p : $y = pf(x)$. Dilatation horizontale de facteur $\frac{1}{q}$: $y = f(qx)$.	Les élèves doivent connaître l'importance de l'ordre dans lequel les transformations sont effectuées. Il est possible d'utiliser des représentations graphiques dynamiques pour explorer ces transformations.
Transformations composées.	**Exemple :** utilisez $y = x^2$ pour esquisser $y = 3x^2 + 2$. **Lien avec :** fonctions composées (NM 2.5). **Non exigé pour le NM :** les transformations de la forme $f(ax + b)$.

Liens

Liens avec d'autres matières : changements dans des courbes d'offre et de demande (économie) ; force électromotrice induite et mouvement harmonique simple (physique).

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

Contenu du MCNS

Heures d'enseignement recommandées : 11

L'objectif global du contenu du MCNS pour le thème « Fonctions » est d'approfondir et de développer les objectifs, les concepts et les compétences du contenu du NM. Les élèves apprennent des techniques utiles pour trouver et utiliser les racines d'un polynôme, représenter graphiquement et interpréter des fonctions rationnelles, classer des fonctions de différentes manières, résoudre des inéquations et résoudre des équations faisant intervenir des valeurs absolues.

Il peut être demandé aux élèves du NS d'utiliser la technologie pour résoudre des équations lorsqu'une approche analytique n'est pas faisable.

MCNS 2.12

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Fonctions polynomiales, leurs représentations graphiques et leurs équations ; zéros, racines et facteurs. Les théorèmes du facteur et du reste.	
Somme et produit des racines d'une équation polynomiale.	Pour l'équation polynomiale : $\sum_{r=0}^{n} a_r x^r = 0$, la somme est $\frac{-a_{n-1}}{a_n}$; le produit est $\frac{(-1)^n a_0}{a_n}$. **Lien avec :** racines complexes d'équations du second degré et d'équations polynomiales (MCNS 1.14).

Liens

Liens avec d'autres matières : modélisation (matières du groupe Sciences).

Théorie de la connaissance : le fait d'affirmer que certains domaines de la connaissance nous fournissent des faits tandis que d'autres domaines de la connaissance nous fournissent des interprétations constitue-t-il une simplification excessive ?

Approfondissement : le théorème de Viète au complet, « L'équation ne pouvant pas être résolue », la formule quadratique pour réduire une équation du second degré en équation du premier degré, Cardan et Bombelli.

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 2.13

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Fonctions rationnelles de la forme $f(x) = \frac{ax+b}{cx^2+dx+e}$, et $f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{dx+e}$.	La fonction réciproque est un cas particulier.

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
	Les représentations graphiques doivent inclure toutes les asymptotes (horizontales, verticales et obliques) et toute intersection avec les axes. Il est possible d'utiliser des représentations graphiques dynamiques pour explorer ces fonctions. **Lien avec :** fonctions rationnelles (NM 2.8).

Liens

Dimension internationale : l'approche axiomatique du groupe de Bourbaki par opposition à l'approche visuelle de Mandelbrot.

Théorie de la connaissance : l'étude de la représentation graphique d'une fonction nécessite-t-elle le même niveau de rigueur mathématique que l'étude algébrique de cette même fonction ? Quels sont les avantages et les inconvénients des différentes formes et du langage symbolique en mathématiques ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 2.14

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Fonctions paires et impaires.	Paire : $f(-x) = f(x)$. Impaire : $f(-x) = -f(x)$. Inclure les fonctions périodiques.
Trouver la fonction réciproque, $f^{-1}(x)$, y compris la restriction du domaine.	
Fonctions qui sont leur propre réciproque.	

Liens

Dimension internationale : la notation pour les fonctions a été développée par plusieurs mathématiciens différents aux XVII^e^ et XVIII^e^ siècles, comment la notation que nous utilisons aujourd'hui a-t-elle été adoptée internationalement ?

Théorie de la connaissance : si les systèmes de notation et de mesure sont ont un aspect historique et culturel, cela signifie-t-il que les mathématiques ne peuvent pas être considérées comme étant indépendantes de la culture ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 2.15

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Solutions de $g(x) \geq f(x)$, aussi bien graphiquement que de façon analytique.	Méthodes graphiques ou algébriques pour des polynômes simples de degré inférieur ou égal à 3. Utilisation de la technologie pour ces fonctions et d'autres fonctions.

Liens

Théorie de la connaissance : Existe-t-il des différences en ce qui concerne la valeur attribuée par différentes cultures aux mathématiques, ou la valeur relative qu'elles attribuent à différents domaines de la connaissance ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 2.16

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Les représentations graphiques des fonctions, $y = \lvert f(x)\rvert$ et $y = f(\lvert x\rvert), \quad y = \frac{1}{f(x)}, \quad y = f(ax+b), \quad y = [f(x)]^2.$	Il est possible d'utiliser des représentations graphiques dynamiques pour explorer ces transformations.
Résolution d'équations et d'inéquations faisant intervenir des valeurs absolues.	**Exemple :** $\lvert 3x\arccos(x)\rvert \ > \ 1$

Liens

Dimension internationale : l'approche axiomatique du groupe de Bourbaki par opposition à l'approche visuelle de Mandelbrot.

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

Thème 3 – Géométrie et trigonométrie

Concepts

Compréhensions essentielles

La géométrie et la trigonométrie nous permettent de quantifier le monde réel, en améliorant notre perception de l'espace en deux et en trois dimensions. Ce thème nous fournit des outils servant à l'analyse, la mesure et la transformation de quantités, de mouvements et de relations.

Concepts suggérés intégrés dans ce thème

Généralisation, espace, relations, équivalence, représentation

MCNS : quantité, modélisation

Compréhensions conceptuelles propres au contenu

- Les propriétés de formes dépendent de la dimension qu'elles occupent dans l'espace.
- Le volume et l'aire de formes sont déterminés par des formules ou par des relations mathématiques générales ou des règles exprimées au moyen de symboles et de variables.
- Il est possible d'utiliser les relations entre la longueur des côtés et la mesure des angles dans un triangle pour résoudre plusieurs problèmes faisant intervenir la position, la distance, les angles et l'aire.
- Des unités de mesure équivalentes, comme les degrés et les radians, sont également employées pour les angles, de manière à faciliter les calculs.
- Les différentes représentations des valeurs de relations trigonométriques, exactes ou approximatives, ne sont pas toujours équivalentes les unes aux autres.

- Les fonctions trigonométriques peuvent être définies sur le cercle unité, ce dernier pouvant servir à représenter, visuellement et algébriquement, la nature périodique ou symétrique de ces fonctions.

MCNS

- Il est possible de modéliser la position et le mouvement en trois dimensions en utilisant des vecteurs.
- Les relations entre des méthodes algébriques, géométriques et vectorielles peuvent nous aider à résoudre des problèmes et à déterminer et mesurer ces positions et ces mouvements.

Contenu du NM

Heures d'enseignement recommandées : 25

L'objectif global du contenu du NM pour le thème « Géométrie et trigonométrie » est d'initier les élèves à la géométrie en trois dimensions et à la trigonométrie dans les triangles non rectangles. Les élèves devront explorer les fonctions trigonométriques et utiliser des propriétés et des identités pour résoudre des problèmes dans des contextes abstraits et de la vie réelle.

À travers ce thème, on doit permettre aux élèves d'utiliser la technologie, comme des modules de représentation graphique, des calculatrices à écran graphique et des logiciels de géométrie dynamique, afin de développer et d'appliquer leurs connaissances en géométrie et en trigonométrie.

Lors des épreuves d'examen, le radian sera l'unité de mesure utilisée, sauf indication contraire.

Les sections NM 3.1 à NM 3.3 sont communes au programme de mathématiques : analyse et approches et à celui de mathématiques : applications et interprétation.

NM 3.1

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
La distance entre deux points dans un espace en trois dimensions et leur milieu. Volume et aire de la surface de solides en trois dimensions, notamment la pyramide droite, le cône droit, la sphère, l'hémisphère et les combinaisons de ces solides. La mesure de l'angle entre deux droites sécantes ou entre une droite et un plan.	Dans les épreuves d'examen du NM, les questions faisant référence à des formes en trois dimensions feront intervenir uniquement la trigonométrie dans les triangles rectangles. Dans des problèmes relatifs à ces thèmes, les élèves doivent être capables d'identifier les triangles rectangles pertinents dans des objets en trois dimensions et les utiliser pour calculer des longueurs et des angles inconnus.

Liens

Autres contextes : architecture et design.

Liens avec d'autres matières : technologie du design ; volumes des étoiles et loi en carré inverse (physique).

Théorie de la connaissance : qu'est-ce qu'un système axiomatique ? Les axiomes sont-ils évidents pour tout le monde ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 3.2

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Utilisation des rapports sinus, cosinus et tangente pour trouver les côtés et les angles de triangles rectangles.	Dans tous les domaines de ce thème, il faut encourager les élèves à esquisser des diagrammes bien légendés pour justifier leurs solutions. **Lien avec :** fonctions réciproques (NM 2.2) pour trouver des angles.
Loi des sinus : $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$. Loi des cosinus : $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$; $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$. Aire d'un triangle comme $\frac{1}{2}ab\sin C$.	Cette section n'inclut pas le cas ambigu pour la loi des sinus.

Liens

Autres contextes : triangulation, conception de cartes.

Liens avec d'autres matières : vecteurs (physique).

Dimension internationale : des diagrammes du théorème de Pythagore ont été retrouvés dans d'anciens manuscrits chinois et indiens. Les premières références à la trigonométrie proviennent des mathématiques indiennes ; le recours à la triangulation pour trouver la courbure de la Terre afin de résoudre une dispute entre l'Angleterre et la France par rapport à la loi de la gravité de Newton.

Théorie de la connaissance : est-il correct sur le plan éthique que Pythagore ait donné son nom à un théorème dont il n'est peut-être pas le créateur ? Sur quels critères devrait-on se baser pour faire de tels jugements ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 3.3

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Applications trigonométriques pour des triangles rectangles et non rectangles, y compris le théorème de Pythagore. Angles d'élévation et de dépression. Conception de diagrammes légendés à partir d'énoncés écrits.	On peut aborder le relèvement.

Liens

Autres contextes : triangulation, conception de cartes, navigation et transmissions radio. Utilisation de la parallaxe pour la navigation.

Liens avec d'autres matières : vecteurs, scalaires, forces et dynamique (physique) ; études de terrain (matières du groupe Sciences).

Objectif global 8 : qui a vraiment inventé le théorème de Pythagore ?

Objectif global 9 : de combien de façons pouvez-vous prouver le théorème de Pythagore ?

Dimension internationale : le recours à la triangulation pour trouver la courbure de la Terre afin de résoudre une dispute entre l'Angleterre et la France par rapport à la loi de la gravité de Newton.

Théorie de la connaissance : si la somme des angles d'un triangle peut être inférieure à 180°, égale à 180° ou supérieure à 180°, quelles conclusions peut-on en tirer quant à la nature des connaissances mathématiques ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 3.4

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Le cercle : mesure d'angles en radians ; longueur d'un arc ; aire d'un secteur.	Les mesures en radians peuvent être exprimées comme des multiples de π, ou en décimales.

Liens

Liens avec d'autres matières : modèles de diffraction et mouvement circulaire (physique).

Dimension internationale : calcul de π par Seki Takakazu à dix chiffres après la virgule près ; Hipparque, Ménélas et Ptolémée ; pourquoi un tour complet compte-t-il 360 degrés ? Liens avec les mathématiques babyloniennes.

Théorie de la connaissance : quelle est la meilleure unité de mesure d'angle : le radian ou le degré ? Quels critères les mathématiciens peuvent-ils utiliser, utilisent-ils ou devraient-ils utiliser pour prendre des telles décisions ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 3.5

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Définition de $\cos\theta$, $\sin\theta$ dans le cercle unité.	Cela inclut les relations entre les angles des différents quadrants. $\cos x = \cos(-x)$ **Exemples :** $\tan(3\pi - x) = -\tan x$ $\sin(\pi + x) = -\sin x$
Définition de $\tan\theta$ comme $\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$.	L'équation d'une droite passant par l'origine est $y = x\tan\theta$, où θ est l'angle entre la droite et la partie positive de l'axe des abscisses.
Valeurs exactes des rapports trigonométriques de 0, $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$ et de leurs multiples.	$\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos\frac{3\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}, \tan\ 210° = \frac{\sqrt{3}}{3}$
Extension de la loi des sinus au cas ambigu.	

Liens

Dimension internationale : le premier travail qui mentionne explicitement le sinus en tant que fonction d'un angle est l'*Aryabhatiya* d'Aryabhata (vers 510).

Théorie de la connaissance : la trigonométrie fut développée par des civilisations et des cultures successives. Dans quelle mesure les connaissances mathématiques sont-elles ancrées dans des traditions particulières ou liées à des cultures particulières ? Comment des événements clés de l'histoire des mathématiques ont-ils façonné leur forme actuelle et leurs méthodes ?

Approfondissement : la preuve du théorème de Pythagore en trois dimensions.

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 3.6

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
L'identité de Pythagore : $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$. Identités de l'angle double pour le sinus et le cosinus.	Il est possible d'utiliser des diagrammes géométriques simples et des représentations graphiques dynamiques pour illustrer les identités de l'angle double (et d'autres identités trigonométriques).
La relation entre les rapports trigonométriques.	**Exemples :** sachant $\sin\theta$, trouvez les valeurs possibles de $\tan\theta$, sans trouver θ. Étant donné $\cos x = \frac{3}{4}$ et sachant que x est aigu, trouvez $\sin 2x$, sans trouver x.

Liens

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 3.7

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Les fonctions trigonométriques $\sin x$, $\cos x$ et $\tan x$; leur amplitude, leur nature périodique et leur représentation graphique. Fonctions composées de la forme $f(x) = a\sin(b(x + c)) + d$.	Les domaines des fonctions trigonométriques peuvent être mesurés en degrés ou en radians. **Exemples :** $f(x) = \tan(x - \frac{\pi}{4})$, $f(x) = 2\cos(3(x - 4)) + 1$.
Transformations.	**Exemple :** $y = \sin x$ est utilisée pour obtenir $y = 3\sin 2x$ par une dilatation verticale de facteur 3 et une dilatation horizontale de facteur $\frac{1}{2}$. **Lien avec :** transformations de représentations graphiques (NM 2.11).
Contextes de la vie réelle.	**Exemples :** hauteur d'une marée, mouvement d'une grande roue. Les élèves doivent savoir que toutes les technologies de régression ne permettent pas d'obtenir des fonctions trigonométriques de la forme $f(x) = a\sin(b(x + c)) + d$.

Liens

Liens avec d'autres matières : mouvement harmonique simple (physique).

Théorie de la connaissance : la musique peut être exprimée à l'aide des mathématiques. Quelles conclusions peut-on en tirer quant à la relation entre la musique et les mathématiques ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 3.8

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Résolution graphique et analytique d'équations trigonométriques à l'intérieur d'un intervalle fermé.	$2\sin x = 1, \quad 0 \leq x \leq 2\pi$ **Exemples :** $2\sin 2x = 3\cos x, \quad 0° \leq x \leq 180°$ $2\tan \quad (3(x-4)) = 1, \quad -\pi \leq x \leq 3\pi$
Équations menant à des équations du second degré en $\sin x, \ \cos x$ ou $\tan x$.	**Exemples :** $2\sin^2 x + 5\cos x + 1 = 0$ pour $0 \leq x \leq 4\pi$, $2\sin x = \cos 2x, \quad -\pi \leq x \leq \pi$. **Non exigé :** la solution générale d'une équation trigonométrique.

Liens

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

Contenu du MCNS

Heures d'enseignement recommandées : 26

L'objectif global du contenu du MCNS pour le thème « Géométrie et trigonométrie » est d'approfondir et de développer les objectifs, les concepts et les compétences du contenu du NM. Les élèves pourront explorer davantage les fonctions trigonométriques et découvriront quelques identités trigonométriques importantes ainsi que les vecteurs en deux et en trois dimensions. Cela facilitera la résolution de problèmes faisant intervenir des points, des droites et des plans.

Dans les épreuves d'examen, le radian sera l'unité de mesure utilisée, sauf indication contraire.

MCNS 3.9

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Définition des rapports trigonométriques inverses $\sec\theta$, $\operatorname{cosec}\theta$ et $\cot\theta$. Identités de Pythagore : $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$ $1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$ Fonctions trigonométriques inverses $f(x) = \arcsin x$, $f(x) = \arccos x, \ \ f(x) = \arctan x$; leurs domaines et leurs images ; leurs représentations graphiques.	

Liens

Dimension internationale : l'origine des degrés dans les mathématiques en Mésopotamie et pourquoi nous mesurons le temps en minutes et en secondes ; l'origine du mot « sinus ».

Théorie de la connaissance : quel est le lien entre des concepts et des faits ? Dans quelle mesure les concepts que nous utilisons façonnent-ils les conclusions auxquelles nous parvenons ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 3.10

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Formules de la somme et de la différence de deux angles. Identité de l'angle double pour la tangente.	Obtention des formules de l'angle double à partir des formules de la somme et de la différence de deux angles. **Lien avec :** théorème de De Moivre (MCNS 1.14).

Liens

Autres contextes : triangulation utilisée par les GPS (géopositionnement par satellite) ; concepts de génie électrique, notamment la tension sinusoïdale.

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 3.11

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Relations entre les fonctions trigonométriques et les propriétés de symétrie de leurs représentations graphiques.	$\sin(\pi - \theta) = \sin\theta$ $\cos(\pi - \theta) = -\cos\theta$ $\tan(\pi - \theta) = -\tan\theta$ **Lien avec :** le cercle unité (NM 3.5), fonctions paires et impaires (MCNS 2.14), somme et différence de deux angles (MCNS 3.10).

Liens

Liens avec d'autres matières : représentations graphiques de mouvements harmoniques simples (physique).

Théorie de la connaissance : mathématiques et assertions : comment peut-il y avoir un nombre infini de solutions discrètes pour une équation ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 3.12

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Concept de vecteur ; vecteur-position ; vecteur de déplacement. Représentation de vecteurs en utilisant des segments de droite orientés. Vecteurs de base $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$. Les composantes d'un vecteur :	

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
$\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = v_1\boldsymbol{i} + v_2\boldsymbol{j} + v_3\boldsymbol{k}$.	
Approches algébrique et géométrique de notions suivantes. • Somme et différence de deux vecteurs • Le vecteur nul $\boldsymbol{0}$, le vecteur $-\boldsymbol{v}$ • La multiplication par un scalaire, $k\boldsymbol{v}$, vecteurs parallèles • La norme d'un vecteur, $\lvert\boldsymbol{v}\rvert$; vecteurs unitaires, $\frac{\boldsymbol{v}}{\lvert\boldsymbol{v}\rvert}$ • Vecteurs-position $\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \boldsymbol{b}$ • Vecteur de déplacement $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \boldsymbol{b} - \boldsymbol{a}$ Démonstration de propriétés géométriques en utilisant des vecteurs.	La distance entre les points A et B est la norme du vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$.

Liens
Liens avec d'autres matières : vecteurs, scalaires, forces et dynamique (physique).

Objectif global 8 : les vecteurs sont utilisés pour résoudre de nombreux problèmes de positionnement. Ils peuvent être utilisés pour sauver un marin perdu en mer ou pour détruire un bâtiment avec une bombe guidée par laser.

Théorie de la connaissance : les vecteurs sont utilisés pour résoudre de nombreux problèmes de positionnement. Ils peuvent être utilisés pour sauver un marin perdu en mer ou pour détruire un bâtiment avec une bombe guidée par laser. Dans quelle mesure le fait de disposer de connaissances implique-t-il des obligations morales ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 3.13

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
La définition du produit scalaire de deux vecteurs. L'angle entre deux vecteurs. Vecteurs perpendiculaires ; vecteurs parallèles.	Applications des propriétés du produit scalaire. $\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{w} = \boldsymbol{w} \cdot \boldsymbol{v}$; $\boldsymbol{u} \cdot (\boldsymbol{v} + \boldsymbol{w}) = \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{v} + \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{w}$; $(k\boldsymbol{v}) \cdot \boldsymbol{w} = k(\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{w})$; $\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{v} = \lvert\boldsymbol{v}\rvert^2$. $\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{w} = \lvert\boldsymbol{v}\rvert\lvert\boldsymbol{w}\rvert\cos\theta$, où θ est l'angle entre $\boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{w}$. Pour des vecteurs non nuls $\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{w} = 0$ est équivalent au fait que les vecteurs sont perpendiculaires ; pour des vecteurs parallèles $\lvert\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{w}\rvert = \lvert\boldsymbol{v}\rvert\lvert\boldsymbol{w}\rvert$.

Liens
Liens avec d'autres matières : forces et dynamique (physique).

Théorie de la connaissance : la nature des mathématiques : pourquoi cette définition du produit scalaire ?

Approfondissement : démonstration de la loi des cosinus à l'aide du produit scalaire.

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 3.14

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
L'équation vectorielle d'une droite en deux et en trois dimensions : $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{a} + \lambda \boldsymbol{b}$.	Importance de $\boldsymbol{a}$ (position) et de $\boldsymbol{b}$ (direction). Les élèves doivent connaître les formes suivantes de l'équation d'une droite. Forme paramétrique : $x = x_0 + \lambda l,\ y = y_0 + \lambda m,\ z = z_0 + \lambda n$. Forme symétrique : $\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$.
L'angle entre deux droites.	Utiliser le produit scalaire des deux vecteurs directeurs.
Applications simples à la cinématique.	Interprétation de λ comme le temps et de $\boldsymbol{b}$ comme la vitesse (algébrique), avec $\lvert\boldsymbol{b}\rvert$ représentant la vitesse.

Liens

Autres contextes : modélisation d'un mouvement linéaire en trois dimensions ; outils de navigations, par exemple, le GPS.

Théorie de la connaissance : pourquoi peut-on soutenir qu'une forme de représentation est meilleure qu'une autre ? Quels critères un mathématicien pourrait-il utiliser pour défendre un tel argument ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 3.15

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Droites confondues, parallèles, sécantes et gauches, distinction entre ces cas de figure. Points d'intersection.	Des droites gauches sont des droites non parallèles en trois dimensions qui n'ont pas de point d'intersection.

Liens

Théorie de la connaissance : comment peut-il y avoir un nombre infini de solutions discrètes pour une équation ? Quelles sont les implications quant à la nature des connaissances mathématiques ? Comparez avec les connaissances dans d'autres disciplines.

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 3.16

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
La définition du produit vectoriel de deux vecteurs.	$\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w} = \|\boldsymbol{v}\|\|\boldsymbol{w}\|\sin\theta\boldsymbol{n}$, où θ est l'angle entre $\boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{w}$, et $\boldsymbol{n}$ est le vecteur normal unitaire dont la direction est donnée par la règle de la main droite.
Propriétés du produit vectoriel.	$\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w} = -\boldsymbol{w} \times \boldsymbol{v}$; $\boldsymbol{u} \times (\boldsymbol{v} + \boldsymbol{w}) = \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v} + \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{w}$; $(k\boldsymbol{v}) \times \boldsymbol{w} = k(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w})$; $\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{v} = \boldsymbol{0}$. Pour des vecteurs non nuls $\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w} = \boldsymbol{0}$ est équivalent à des vecteurs parallèles.
Interprétation géométrique de $\|\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w}\|$.	Utilisation de $\|\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w}\|$ pour trouver l'aire d'un parallélogramme (et donc l'aire d'un triangle).

Liens

Liens avec d'autres matières : forces et champs magnétiques (physique).

Théorie de la connaissance : dans quelle mesure est-il possible d'atteindre la certitude en mathématiques ? La certitude est-elle atteignable, ou souhaitable, dans d'autres domaines de la connaissance ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 3.17

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Équation vectorielle d'un plan : $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{a} + \lambda\boldsymbol{b} + \mu\boldsymbol{c}$, où $\boldsymbol{b}$ et $\boldsymbol{c}$ sont des vecteurs non parallèles entre eux, mais parallèles au plan. $\boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{n} = \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{n}$, où $\boldsymbol{n}$ est un vecteur normal au plan et $\boldsymbol{a}$ est le vecteur-position d'un point du plan. Équation cartésienne d'un plan $ax + by + cz = d$.	

Liens

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 3.18

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Intersections entre : une droite et un plan ; deux plans ; trois plans. Angles entre : une droite et un plan ; deux plans.	Trouver les intersections en résolvant des équations ; interprétation géométrique des solutions. **Lien avec :** solutions de systèmes d'équations du premier degré (MCNS 1.16).

Liens

Théorie de la connaissance : les mathématiques et le sujet connaissant : les représentations symboliques d'objets en trois dimensions sont-elles plus faciles à appréhender que des représentations visuelles ? Quelles conclusions peut-on en tirer quant aux connaissances mathématiques dans d'autres dimensions ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

Thème 4 – Statistiques et probabilités

Concepts

Compréhensions essentielles

Ce thème concerne le recueil, l'analyse et l'interprétation de données. Il permet d'utiliser la théorie des probabilités pour estimer des paramètres, découvrir des lois empiriques, tester des hypothèses et prévoir des événements. Les représentations et les mesures statistiques nous permettent de représenter des données de différentes façons afin d'en faciliter l'interprétation.

Les probabilités nous permettent de quantifier la vraisemblance d'un événement et donc, d'en évaluer le risque. Les statistiques et les probabilités fournissent des outils importants qui nous permettent de faire des prédictions, d'effectuer des comparaisons valides et de prendre des décisions avisées. Ces branches des mathématiques possèdent une grande puissance, mais également des limites. Elles doivent être appliquées avec discernement, en faisant preuve d'un sens critique qui permet de faire la différence entre la théorie et les résultats observés (empiriques). Les probabilités nous permettent de faire des choix éclairés, d'évaluer le risque et d'effectuer des prédictions sur des événements aléatoires.

Concepts suggérés intégrés dans ce thème

Quantité, validité, approximation, généralisation

MCNS : changement, systèmes

Compréhensions conceptuelles propres au contenu

- L'organisation, la représentation, l'analyse et l'interprétation de données ainsi que l'utilisation de différents outils statistiques facilitent la prédiction et permettent de tirer des conclusions.
- Les diverses techniques statistiques exigent une justification ainsi que l'identification de leurs limites et de leur validité.
- L'approximation au moyen de données peut s'approcher de la vérité, sans toujours l'atteindre.
- Certaines techniques d'analyse statistique, comme la régression, la standardisation ou les formules, peuvent être appliquées dans un contexte pratique, puis à des cas généraux.
- La modélisation au moyen des statistiques peut être fiable, mais elle a des limites.

MCNS

- Les propriétés des fonctions de densité peuvent être utilisées pour identifier les mesures de tendance centrale comme la moyenne, le mode et la médiane.
- Des méthodes probabilistes comme le théorème de Bayes peuvent être appliquées à des systèmes de la vie réelle, comme des études médicales ou économiques, pour prendre des décisions éclairées et mieux comprendre les résultats.

Contenu du NM

Heures d'enseignement recommandées : 27

L'objectif global du contenu du NM pour le thème « Statistiques et probabilités » est d'initier les élèves aux techniques, représentations et concepts importants utilisés en statistiques et en probabilités. Les élèves doivent pouvoir aborder ce thème de façon pratique, comprendre pourquoi certaines techniques sont utilisées et interpréter les résultats. Le recours à la technologie au moyen de simulations, de tableurs, de logiciels statistiques et d'applications statistiques peut contribuer à l'approfondissement de ce thème.

La plupart des calculs exigés seront effectués à l'aide de la technologie, mais des explications de ces calculs par écrit peuvent permettre d'en améliorer la compréhension. L'accent doit être mis sur la compréhension et l'interprétation des résultats obtenus dans un contexte.

Lors des épreuves d'examen, les élèves doivent savoir comment utiliser les fonctions statistiques de la technologie autorisée.

Au NM, l'ensemble de données sera la population, sauf indication contraire.

Les sections NM 4.1 à NM 4.9 sont communes au programme de mathématiques : analyse et approches et à celui de mathématiques : applications et interprétation.

NM 4.1

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Concepts de population, d'échantillon, d'échantillon aléatoire, de données continues et discrètes.	Cette partie est conçue pour couvrir toutes les questions clés que les élèves doivent se poser lorsqu'ils sont face à un ensemble de données.
Fiabilité des sources de données et biais d'échantillonnage.	Gestion de données manquantes, d'erreurs dans l'enregistrement de données.
Interprétation des valeurs aberrantes.	Une valeur est considérée comme aberrante si elle se situe à plus de 1,5 $\times$ l'écart interquartile (EI) du plus proche quartile. Les élèves doivent savoir que, selon le contexte, certaines valeurs aberrantes seront valides dans l'échantillon, tandis que d'autres valeurs aberrantes pourront être des erreurs dans l'échantillon. **Lien avec :** diagrammes en boîte (NM 4.2) et mesures de dispersion (NM 4.3).
Techniques d'échantillonnage et leur efficacité.	Techniques d'échantillonnage : aléatoire simple, de commodité, systématique, par quotas et stratifié.

Liens

Liens avec d'autres matières : statistiques descriptives et échantillons aléatoires (biologie ; psychologie ; science du sport, de l'exercice et de la santé ; systèmes de l'environnement et sociétés ; géographie ; économie ; gestion des entreprises) ; méthodologies de recherche (psychologie).

Objectif global 8 : statistiques trompeuses ; exemples de problèmes causés par l'absence d'échantillons représentatifs, par exemple, l'outil de prédiction des épidémies de grippe de Google, les élections présidentielles américaines de 1936, *The Literary Digest* vs George Gallup, l'application de détection des nids de poule à Boston.

Dimension internationale : les rapports Kinsey (techniques d'échantillonnage célèbres).

Théorie de la connaissance : pourquoi les mathématiques et les statistiques sont-elles parfois considérées comme des matières différentes ? Dans quelle mesure est-il facile d'être trompé par des statistiques ? L'usage délibéré de statistiques pour tromper les autres peut-il être justifié ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 4.2

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Présentation de données (discrètes et continues) : distributions d'effectifs (tableaux d'effectifs).	Les classes seront données par des inégalités, contigües.
Histogrammes. Effectifs cumulés ; courbes des effectifs cumulés ; leur utilisation pour trouver la médiane, les quartiles, les centiles, l'étendue et l'écart interquartile (EI).	Histogrammes des effectifs avec des intervalles de largeur égale. **Non exigé :** histogrammes des fréquences.
Concevoir et comprendre un diagramme en boîte.	Utiliser un diagramme en boîte pour comparer deux distributions, en utilisant la symétrie, la médiane, l'écart interquartile ou l'étendue. Les valeurs aberrantes doivent être indiquées par une croix. Déterminer si des données peuvent être normalement distribuées grâce à la symétrie du diagramme en boîte.

Liens

Liens avec d'autres matières : présentation de données (matières des groupes Sciences et Individus et sociétés).

Dimension internationale : discussion autour des différentes formules pour la même mesure statistique (par exemple, la variance).

Théorie de la connaissance : quelle est la différence entre des informations et des données ? Le terme « données » prend-il le même sens dans différents domaines de la connaissance ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 4.3

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Mesures de tendance centrale (moyenne, médiane et mode). Estimation de la moyenne pour des données groupées.	Calcul de la moyenne en utilisant les formules et la technologie. Les élèves doivent utiliser les valeurs centrales d'un intervalle pour estimer la moyenne de données groupées.
Intervalle modal.	Pour des intervalles de largeur égale uniquement.
Mesures de dispersion (écart interquartile, écart type et variance).	Le calcul de l'écart type et de la variance d'un échantillon doit être effectué uniquement à l'aide de la technologie. Les calculs effectués à la main peuvent cependant permettre d'améliorer la compréhension. La variance est le carré de l'écart type.
Effets d'une modification constante sur les données d'origine.	**Exemples :** si trois est soustrait de chacune des données, la moyenne diminue de trois, mais l'écart type n'est pas modifié.

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
	Si chacune des données est multipliée par deux, la moyenne et l'écart type sont également multipliés par deux.
Quartiles pour des données discrètes.	Utilisation de la technologie. Les élèves doivent savoir qu'il existe différentes méthodes pour trouver des quartiles et que les valeurs obtenues à l'aide de la technologie et celles obtenues par un calcul à la main peuvent donc être différentes.

Liens

Autres contextes : comparer la variation et la dispersion dans des populations humaines ou naturelles, par exemple, des données sur les cultures agricoles, des indicateurs sociaux, la fiabilité et la maintenance.

Liens avec d'autres matières : statistiques descriptives (matières des groupes Sciences et Individus et sociétés) ; indice des prix à la consommation (économie).

Dimension internationale : les bénéfices du partage et de l'analyse de données provenant de différents pays ; discussion sur les différentes formules pour la variance.

Théorie de la connaissance : pourrait-on créer en mathématiques d'autres formules alternatives tout aussi vraies ? Quelles conclusions peut-on en tirer quant aux vérités mathématiques ? L'utilisation de statistiques mène-t-elle à une considération excessive d'attributs facilement mesurables, au détriment de ceux qui ne le sont pas ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 4.4

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Corrélation linéaire pour des données à deux variables. Le coefficient de corrélation de Pearson, r.	Il est nécessaire d'utiliser la technologie pour le calcul de r. Cependant, le calcul de r à la main peut permettre d'en améliorer la compréhension. Les valeurs critiques de r seront données, le cas échéant. Les élèves doivent savoir que le coefficient de corrélation de Pearson (r) n'a du sens que pour des relations linéaires.
Diagrammes de dispersion ; dessin à la main de la droite de régression (trouvée visuellement) qui passe par le point moyen.	Corrélation positive, nulle, négative ; corrélation forte, faible ; absence de corrélation. Les élèves doivent être capables de distinguer la corrélation de la causalité et savoir que la corrélation n'implique pas la causalité.
Équation de la droite de régression pour y en fonction de x. Utilisation de la droite de régression à des fins de prédiction. Interpréter le sens des paramètres a et b dans la droite de régression $y = ax + b$.	Il est nécessaire d'utiliser la technologie pour trouver l'équation. Les élèves doivent être conscients : • des dangers de l'extrapolation ; • du fait qu'ils ne peuvent pas toujours faire une prédiction fiable de x à partir d'une valeur de y,

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
	lorsqu'ils utilisent une droite donnant y en fonction de x.

Liens

Autres contextes : régressions linéaires pour lesquelles il existe une corrélation entre deux variables. Il est possible d'explorer la causalité et la dépendance pour des variables catégorielles, par exemple, les facteurs dont dépend la persuasion en politique.

Liens avec d'autres matières : courbes de meilleur ajustement, corrélation et causalité (matières du groupe Sciences) ; diagrammes de dispersion (géographie).

Objectif global 8 : la corrélation entre le tabagisme et l'incidence du cancer du poumon a été découverte à l'aide des mathématiques. La science a dû fournir des arguments pour justifier le lien de causalité.

Théorie de la connaissance : corrélation et causalité : est-il possible d'avoir connaissance des relations de cause à effet alors que la corrélation est le seul phénomène que nous pouvons observer ? Quels facteurs affectent la fiabilité et la validité de modèles mathématiques qui décrivent des phénomènes de la vie réelle ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 4.5

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Concepts d'essai, de résultat, de résultats équiprobables possibles, de fréquence relative, d'univers des possibles (U) et d'événement. La probabilité d'un événement A est $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(U)}$. Les événements complémentaires A et A' (non-A).	Les univers des possibles peuvent être représentés de plusieurs façons, par exemple, sous forme d'un tableau ou d'une liste. Des expériences avec des pièces de monnaie, des dés et des cartes peuvent améliorer la compréhension de la distinction entre des probabilités expérimentales (fréquences relatives) et des probabilités théoriques. Des simulations peuvent être utilisées pour approfondir ce thème.
Nombre espéré d'occurrences.	**Exemple :** s'il y a 128 élèves dans une classe et si la probabilité d'être absent est de 0,1, alors le nombre espéré d'élèves absents est de 12,8.

Liens

Autres contextes : études actuarielles et le lien entre les probabilités associées à l'espérance de vie et les primes d'assurance, la planification gouvernementale basée sur des résultats probables projetés, les méthodes de Monte-Carlo.

Liens avec d'autres matières : génétique théorique et les échiquiers de Punnett (biologie) ; la position d'une particule (physique).

Objectif global 8 : l'éthique du jeu.

Dimension internationale : le paradoxe de Saint-Pétersbourg ; Tchebychev et Pavlovsky (Russie).

Théorie de la connaissance : dans quelle mesure les probabilités théoriques et expérimentales sont-elles liées ? Quel est le rôle de l'émotion dans notre perception du risque, par exemple, en affaires, en médecine et en sécurité de voyage ?

Utilisation de la technologie : des simulations par ordinateur peuvent être utiles pour approfondir ce thème.

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 4.6

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Utilisation de diagrammes de Venn, de diagrammes en arbre, de diagrammes de l'univers des possibles et de tableaux de résultats pour calculer des probabilités.	
Événements composés : $\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A \cap B)$. Événements incompatibles : $\mathrm{P}(A \cap B) = 0$.	La non-exclusivité du « ou ».
Probabilité conditionnelle : $P(A\|B) = \dfrac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(B)}$.	On peut également l'écrire sous la forme suivante : $\mathrm{P}(A \cap B) = \mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A\|B)$. Les problèmes peuvent être résolus à l'aide d'un diagramme de Venn, d'un diagramme en arbre, d'un diagramme de l'univers des possibles ou d'un tableau de résultats, sans l'utilisation explicite de formules. Calculer des probabilités, avec et sans remise.
Événements indépendants : $\mathrm{P}(A \cap B) = \mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$.	

Liens

Objectif global 8 : la question du jeu : l'utilisation des probabilités dans les casinos. Les mathématiques peuvent-elles ou doivent-elles aider à augmenter les revenus du jeu ?

Théorie de la connaissance : le calcul de probabilités associées au jeu peut-il être considéré comme une application éthique des mathématiques ? Les mathématiciens doivent-ils être tenus responsables des applications non éthiques de leur travail ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 4.7

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Concept de variables aléatoires discrètes et leurs distributions de probabilité. Espérance mathématique (moyenne), pour des données discrètes. Applications.	Les distributions de probabilité seront données comme suit : $\begin{array}{\|c\|c\|c\|c\|c\|c\|}\hline X & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline \mathrm{P}(X=x) & 0,1 & 0,2 & 0,15 & 0,05 & 0,5 \\ \hline\end{array}$ $\mathrm{P}(X = x) = \frac{1}{18}(4 + x)$ pour $x \in \{1, 2, 3\}$ $\mathrm{E}(X) = 0$ indique un jeu équitable, où X représente le gain d'un joueur.

Liens

Autres contextes : jeux de hasard.

Objectif global 8 : pourquoi a-t-on soutenu que les théories basées sur les probabilités calculées dans les casinos sont pernicieuses lorsqu'elles sont appliquées à la vie quotidienne (par exemple, en économie) ?

Théorie de la connaissance : qu'entend-on lorsque l'on parle de jeu « équitable » ? Est-il juste que les casinos fassent du profit ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 4.8

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
La distribution binomiale. Moyenne et variance de la distribution binomiale.	Situations pour lesquelles la distribution binomiale est un modèle approprié. Lors des épreuves d'examen, il faudra trouver les probabilités binomiales à l'aide de la technologie disponible. **Non exigé :** démonstration formelle de la moyenne et de la variance. **Lien avec :** nombre espéré d'occurrences (NM 4.5).

Liens

Objectif global 8 : le triangle de Pascal : attribution erronée d'une découverte mathématique à un mathématicien.

Dimension internationale : le « triangle de Pascal » était connu par le mathématicien chinois Yang Hui bien avant Pascal.

Théorie de la connaissance : quels critères peut-on utiliser pour choisir entre deux modèles ?

Approfondissement : tester des hypothèses en utilisant la distribution binomiale.

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 4.9

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
La distribution normale et sa courbe. Propriétés de la distribution normale. Représentation à l'aide d'un diagramme.	Les élèves doivent connaître l'occurrence naturelle de la distribution normale. Les élèves doivent savoir qu'environ 68 % des données se trouvent entre $\mu \pm \sigma$, qu'environ 95 % des données se trouvent entre $\mu \pm 2\sigma$, et qu'environ 99,7 % des données se trouvent entre $\mu \pm 3\sigma$.
Calcul de probabilités associées à une distribution normale.	Les probabilités et les valeurs de la variable doivent être trouvées à l'aide de la technologie.
Calculs inverses avec une distribution normale.	Pour des calculs inverses avec une distribution normale, la moyenne et l'écart type seront donnés. Cela n'implique pas la transformation vers la variable normale centrée réduite z.

Liens

Liens avec d'autres matières : mesures normalement distribuées et statistiques descriptives provenant de la vie réelle (matières du groupe Sciences, psychologie, systèmes de l'environnement et sociétés).

Objectif global 8 : pourquoi une mauvaise utilisation de la distribution normale conduit-elle à des inférences et à des conclusions dangereuses ?

Dimension internationale : l'étude de la distribution normale par De Moivre et son utilisation par Quetelet pour décrire l'homme moyen.

Théorie de la connaissance : dans quelle mesure peut-on faire confiance à des modèles mathématiques comme la distribution normale ? Comment savoir quoi inclure dans un modèle et quoi exclure ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 4.10

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Équation de la droite de régression de x en fonction de y.	
Utilisation de la droite de régression à des fins de prédiction.	Les élèves doivent savoir qu'ils ne peuvent pas toujours faire une prédiction fiable de y à partir d'une valeur de x, lorsqu'ils utilisent une droite donnant x en fonction de y.

Liens

Théorie de la connaissance : Est-il possible de connaître l'avenir ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 4.11

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Définition formelle et utilisation de la formule : $\mathrm{P}(A\mid B)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}$ pour des probabilités conditionnelles, et $\mathrm{P}(A\mid B)=\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A\mid B')$ pour des événements indépendants.	On peut également l'écrire sous la forme suivante : $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A\mid B)$. Test d'indépendance.

Liens

Autres contextes : utilisation de méthodes probabilistes dans le cadre d'études médicales afin d'évaluer les facteurs de risque associés à certaines maladies.

Théorie de la connaissance : étant donné la nature interdisciplinaire d'un grand nombre d'applications des probabilités, la division de la connaissance en disciplines ou en domaines de la connaissance est-elle artificielle ou utile ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 4.12

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Variable normale centrée réduite (cote z).	Les probabilités et les valeurs de la variable doivent être trouvées à l'aide de la technologie. La cote z donne le nombre d'écarts types qui séparent une valeur de la moyenne.
Calculs inverses associés à une distribution normale lorsque la moyenne et l'écart type sont inconnus.	Utilisation de z pour calculer des moyennes et des écarts types inconnus.

Liens

Liens avec d'autres matières : la distribution normale (biologie) ; statistiques descriptives (psychologie).

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

Contenu du MCNS

Heures d'enseignement recommandées : 6

L'objectif global du contenu du MCNS pour le thème « Statistiques et probabilités » est d'approfondir et de développer les objectifs, les concepts et les compétences du contenu du NM. Les élèves sont initiés au théorème de Bayes afin d'approfondir la notion de probabilité conditionnelle. Les propriétés des variables aléatoires discrètes et continues sont davantage explorées.

MCNS 4.13

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Utilisation du théorème de Bayes pour un maximum de trois événements.	**Lien avec :** événements indépendants (NM 4.6).

Liens

Autres contextes : utilisation de méthodes probabilistes dans le cadre d'études médicales afin d'évaluer les facteurs de risque associés à certaines maladies.

Théorie de la connaissance : l'applicabilité de la connaissance varie-t-elle à travers les différents domaines de la connaissance ? Quelles seraient les implications du fait que la valeur de toute connaissance ne repose que sur son applicabilité ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 4.14

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Variance d'une variable aléatoire discrète.	**Lien avec :** variables aléatoires discrètes (NM 4.7).
Variables aléatoires continues et leurs fonctions de densité.	$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\mathrm{d}x = 1$, y compris des fonctions définies par parties.
Mode et médiane d'une variable aléatoire continue.	Pour une variable aléatoire continue, une valeur pour laquelle la fonction de densité atteint un

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
	maximum est appelée un mode et en ce qui concerne la médiane : $\int_{-\infty}^{m} f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}$.
Moyenne, variance et écart type pour des variables aléatoires discrètes et continues.	Utilisation de la notation $\mathrm{E}(X),\ \mathrm{E}(X^2),\ \mathrm{Var}(X)$, où $\mathrm{Var}(X) = \mathrm{E}(X^2) - [\mathrm{E}(X)]^2$ et formules connexes. Utilisation de $\mathrm{E}(X)$ pour des jeux « équitables ».
L'effet d'une transformation linéaire de X.	$\mathrm{E}(aX+b) = a\mathrm{E}(X)+b, \quad \mathrm{Var}(aX+b) = a^2\mathrm{Var}(X)$

Liens

Autres contextes : d'autres distributions discrètes (par exemple la distribution de Poisson) peuvent être appropriées lors de l'évaluation interne et pour explorer davantage ; l'utilisation de l'espérance mathématique pour la prise de décision en affaires, en économie et dans la vie en général ; l'espérance de gain pour les compagnies d'assurance.

Théorie de la connaissance : les mathématiques sont-elles plus ou moins utiles que d'autres domaines de la connaissance pour résoudre des problèmes ?

Approfondissement : y a-t-il une relation entre l'écart interquartile et l'écart type pour un ensemble de données normalement distribuées ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

Thème 5 – Analyse mathématique

Concepts

Compréhensions essentielles

L'analyse mathématique permet de décrire les taux de variation entre deux variables et l'additivité des aires en approchant une limite. La compréhension de ces taux de variation et de ces sommes nous permet de modéliser, d'interpréter et d'analyser des problèmes et des situations de la vie réelle. L'analyse mathématique nous aide à comprendre le comportement de fonctions et nous permet d'interpréter les caractéristiques de leurs représentations graphiques.

Concepts suggérés intégrés dans ce thème

Changement, régularités, relations, approximation, généralisation, espace, modélisation

MCNS : systèmes, quantité

Compréhensions conceptuelles propres au contenu

- En physique, la dérivée peut être interprétée comme un taux de variation, et en géométrie, comme le gradient ou la pente d'une fonction.
- L'aire sous une courbe peut être estimée en utilisant la somme des aires de rectangles et calculée de manière plus précise en utilisant l'intégration.
- L'étude des taux de variation près de points critiques permet d'identifier les intervalles de décroissance et de croissance d'une fonction et d'en déduire sa concavité.
- L'intégration numérique peut être utilisée pour estimer des aires dans le monde réel.

- La modélisation mathématique peut fournir des solutions efficaces à des problèmes d'optimisation de la vie réelle par la maximisation ou la minimisation d'une quantité, comme le coût ou le profit.
- Les dérivées et les intégrales décrivent des problèmes de cinématique de la vie réelle en deux et en trois dimensions par l'étude du déplacement, de la vitesse (algébrique) et de l'accélération.

MCNS

- Certaines fonctions peuvent être continues partout, mais pas dérivables partout.
- Un nombre fini de termes d'une série infinie peut constituer une approximation générale d'une fonction sur un domaine borné.
- Les limites décrivent le comportement de la valeur d'une fonction lorsque la variable indépendante s'approche d'une certaine valeur. Cette limite peut révéler la convergence ou la divergence de la fonction à ce point.
- L'étude de la limite d'une fonction en un point peut être utile pour déterminer la continuité et la dérivabilité de la fonction en ce point.

Contenu du NM

Heures d'enseignement recommandées : 28

L'objectif global du contenu du NM pour le thème « Analyse » est d'initier les élèves à des concepts et des techniques de calcul différentiel et intégral et à ses applications.

À travers ce thème, les élèves doivent pouvoir utiliser la technologie, comme des modules de représentation graphique et des calculatrices à écran graphique, pour développer et appliquer leurs connaissances en analyse mathématique.

Les sections NM 5.1 à NM 5.5 sont communes au programme de mathématiques : analyse et approches et à celui de mathématiques : applications et interprétation.

NM 5.1

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Introduction au concept de limite.	Estimation de la valeur d'une limite à partir d'un tableau ou d'une représentation graphique. **Non exigé :** méthodes analytiques formelles pour le calcul de limites.
Interprétation de la dérivée comme une fonction donnant la pente en un point et comme un taux de variation instantané.	Formes de notation : $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$, $f'(x)$, $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r}$ ou $\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$ pour la dérivée première. Compréhension informelle de la pente d'une courbe en tant que limite.

Liens

Liens avec d'autres matières : coût marginal, revenu marginal, profit marginal, structures de marché (économie) ; cinématique, force électromotrice induite et mouvement harmonique simple (physique) ; interprétation de la pente d'une courbe (chimie).

Objectif global 8 : le débat quant à la découverte de certains concepts d'analyse mathématique par Newton ou par Leibniz ; comment la méfiance des Grecs vis-à-vis du zéro a fait que les travaux d'Archimède n'ont pas abouti au calcul différentiel et intégral.

Dimension internationale : les tentatives par les mathématiciens indiens (500 – 1000) d'expliquer la division par zéro.

Théorie de la connaissance : quel est l'intérêt de la connaissance des limites ? Le comportement au niveau infinitésimal s'applique-t-il au monde réel ? L'intuition est-elle une forme valide de connaissance en mathématiques ?

Utilisation de la technologie : tableurs, logiciels de représentation graphique dynamique et calculatrices à écran graphique utilisés pour explorer des limites, de façon numérique et graphique. Il est possible d'émettre des hypothèses puis de les tester avec ces outils technologiques.

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 5.2

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Fonctions croissantes et décroissantes. Interprétation graphique de $f'(x) > 0, f'(x) = 0, f'(x) < 0$.	Identifier les intervalles où une fonction est croissante $(f'(x) > 0)$ ou décroissante $(f'(x) < 0)$.

Liens

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 5.3

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
La dérivée de $f(x) = ax^n$ est $f'(x) = anx^{n-1}, n \in \mathbb{Z}$. La dérivée de fonctions de la forme $f(x) = ax^n + bx^{n-1} + \ldots$ où tous les exposants sont entiers.	

Liens

Théorie de la connaissance : des concepts apparemment abstraits comme ceux de l'analyse mathématique nous permettent de créer des modèles mathématiques qui ont permis de grandes réalisations humaines comme l'envoi d'un homme sur la Lune. Quelles conclusions peut-on en tirer quant aux liens entre les modèles mathématiques et la réalité physique ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 5.4

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Droites tangentes et droites normales en un point donné et leurs équations.	Utilisation d'approches analytiques et de la technologie.

Liens

Liens avec d'autres matières : vitesse instantanée et optique, surfaces équipotentielles (physique) ; élasticité des prix (économie).

Théorie de la connaissance : quels ont été les impacts de la technologie sur la façon dont la connaissance est produite et partagée en mathématiques ? La technologie nous permet-elle simplement d'organiser les connaissances existantes d'une nouvelle manière, ou cette réorganisation doit-elle être considérée comme une connaissance en soi ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 5.5

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Introduction à l'intégration en tant que recherche de primitives pour des fonctions de la forme $f(x) = ax^n + bx^{n-1} + \ldots,$ où $n \in \mathbb{Z}, \quad n \neq -1.$	Les élèves doivent connaître le rapport entre primitives, intégrales définies et aires.
Intégration avec conditions initiales pour déterminer la constante d'intégration.	**Exemple :** si $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = 3x^2 + x$ et $y = 10$ lorsque $x = 1,$ alors $y = x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 8{,}5.$
Intégrales définies, à l'aide de la technologie. Aire d'une région délimitée par une courbe $y = f(x)$ et l'axe des abscisses, où $f(x) > 0.$	Les élèves devront d'abord rédiger une expression correcte pour l'aire avant de la calculer. Par exemple, $\int_2^6 (3x^2 + 4)\mathrm{d}x.$ L'utilisation de logiciels de géométrie dynamique ou graphique est encouragée pour développer ce concept.

Liens
Autres contextes : représentations graphiques de la vitesse en fonction du temps.

Liens avec d'autres matières : représentations graphiques de la vitesse en fonction du temps et de l'accélération en fonction du temps (physique et science du sport, de l'exercice et de la santé).

Théorie de la connaissance : est-il possible pour un domaine de la connaissance de décrire le monde sans le transformer ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 5.6

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
La dérivée de $x^n \ (n \in \mathbb{Q})$, $\sin x$, $\cos x$, e^x et $\ln x$. Dérivée de sommes et de multiples de ces fonctions.	
La règle de dérivation en chaîne pour des fonctions composées. les règles de la dérivation du produit et du quotient de deux fonctions.	**Exemple :** $f(x) = \mathrm{e}^{(x^2+2)}, \quad f(x) = \sin(3x - 1)$ **Lien avec :** fonctions composées (NM 2.5).

Liens
Liens avec d'autres matières : mouvement circulaire uniforme et force électromotrice induite (physique).

Théorie de la connaissance : quel est le rôle des conventions en mathématiques ? Est-il similaire au rôle des conventions dans d'autres domaines de la connaissance ? Est-il différent ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 5.7

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
La dérivée seconde. Comportement graphique de fonctions, notamment la relation entre les représentations graphiques de f, f' et f''.	Utilisation des deux formes de notation, $\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$ et $f''(x)$. Il est possible d'utiliser la technologie pour explorer des représentations graphiques et pour calculer les dérivées des fonctions. **Lien avec :** compétences de représentation graphique de fonctions (NM 2.3).

Liens
Liens avec d'autres matières : mouvement harmonique simple (physique).

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 5.8

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Maximums et minimums relatifs. Test pour un maximum et un minimum.	Utilisation du changement de signe de la dérivée première ou utilisation du signe de la dérivée seconde, où $f''(x) > 0$ implique un minimum et $f''(x) < 0$ implique un maximum.
Optimisation.	Il est possible d'aborder le profit, l'aire et le volume.
Points d'inflexion de pente nulle et non nulle.	En un point d'inflexion, $f''(x) = 0$ **et** change de signe (changement de concavité). Par exemple, $f''(x) = 0$ n'est pas une condition suffisante pour qu'il y ait un point d'inflexion pour $y = x^4$ en $(0, 0)$. Utilisation des expressions « convexe » pour $f''(x) > 0$ et « concave » pour $f''(x) < 0$.

Liens
Autres contextes : profit, aire, volume.

Liens avec d'autres matières : représentations graphiques de la vitesse en fonction du temps, représentations graphiques de mouvements harmoniques simples et cinématique (physique) ; efficacité allocative (économie).

Théorie de la connaissance : lorsque des mathématiciens et des historiens affirment avoir expliqué quelque chose, utilisent-ils le mot « expliquer » de la même manière ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 5.9

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Problèmes de cinématique mettant en jeu le déplacement s, la vitesse (algébrique) v, l'accélération a et la distance totale parcourue.	$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$; $a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2}$ Le déplacement de t_1 à t_2 est donné par $\int_{t_1}^{t_2} v(t)\mathrm{d}t$. La distance entre t_1 et t_2 est donnée par $\int_{t_1}^{t_2} \lvert v(t)\rvert \mathrm{d}t$. La vitesse est la norme de la vitesse algébrique.

Liens

Liens avec d'autres matières : cinématique (physique).

Dimension internationale : l'ajout de la cinématique au sein des disciplines mathématiques reflète-t-il un héritage culturel particulier ? Qui décide de ce que sont les mathématiques ?

Théorie de la connaissance : les mathématiques sont-elles indépendantes de la culture ? Dans quelle mesure sommes-nous conscients de l'effet de la culture sur nos croyances ou nos connaissances ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 5.10

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Intégrale indéfinie de x^n $(n \in \mathbb{Q})$, $\sin x$, $\cos x$, $\frac{1}{x}$ et e^x.	$\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln\lvert x\rvert + C$
Les composées de chacune de ces fonctions avec la fonction affine $ax + b$.	**Exemple :** $f'(x) = \cos(2x+3) \Rightarrow \quad f(x) = \frac{1}{2}\sin(2x+3) + C$
Intégration à vue (inverse de la dérivation) ou par changement de variables pour des expressions de la forme : $\int kg'(x)f(g(x))\mathrm{d}x$.	**Exemples :** $\int 2x(x^2+1)^4\mathrm{d}x$, $\int 4x\sin x^2\mathrm{d}x$, $\int \frac{\sin x}{\cos x}\mathrm{d}x$.

Liens

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

NM 5.11

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Intégrales définies, aussi bien analytiquement qu'à l'aide de la technologie.	$\int_a^b g'(x)\mathrm{d}x = g(b) - g(a)$.

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
	La valeur de certaines intégrales définies ne peut être trouvée qu'à l'aide de la technologie. **Lien avec :** intégrales définies, à l'aide de la technologie (NM 5.5).
Aire d'une région délimitée par une courbe $y = f(x)$ et l'axe des abscisses, où $f(x)$ peut être positive ou négative, sans l'aide de la technologie. Aires entre des courbes.	Les élèves devront d'abord rédiger une expression correcte pour l'aire avant de la calculer. La technologie peut être utilisée pour améliorer la compréhension de la relation entre des intégrales et des aires.

Liens

Dimension internationale : calcul précis du volume d'un cylindre par le mathématicien chinois Liu Hui ; Ibn al-Haytham (Alhazen) : premier mathématicien à calculer l'intégrale d'une fonction dans le but de trouver le volume d'un paraboloïde.

Théorie de la connaissance : considérez $f(x) = \frac{1}{x}, \ 1 \le x$. À un volume fini peut correspondre une aire infinie. Cela peut-il être concilié avec notre intuition ? L'émotion et l'intuition jouent-elles un rôle en mathématiques ?

Approfondissement : explorer des techniques numériques d'intégration, par exemple, la méthode de Simpson ou la méthode des trapèzes.

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

Contenu du MCNS

Heures d'enseignement recommandées : 27

L'objectif global du contenu du MCNS pour le thème « Analyse mathématique » est d'approfondir et de développer les objectifs, les concepts et les compétences du contenu du NM. Cela permettra de présenter aux élèves d'autres techniques efficaces et applications utiles du calcul différentiel et intégral.

MCNS 5.12

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Compréhension informelle de la continuité et de la dérivabilité d'une fonction en un point.	Lors des épreuves d'examen, on ne demandera pas aux élèves de tester la continuité et la dérivabilité.
Compréhension du concept de limite (convergence et divergence). Définition formelle de la dérivée $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$.	**Lien avec :** suites géométriques infinies (NM 1.8). Utilisation de cette définition uniquement pour des fonctions polynomiales.
Dérivées d'ordre supérieur.	Les élèves doivent connaître les notations : $\frac{d^n y}{dx^n}, \quad f^{(n)}(x)$. **Lien avec :** démonstration par récurrence (MCNS 1.15).

Liens

Liens avec d'autres matières : théorie de l'entreprise (économie).

Dimension internationale : comment la méfiance des Grecs vis-à-vis du zéro a fait que les travaux d'Archimède n'ont pas abouti au calcul différentiel et intégral ; les tentatives par les mathématiciens indiens (500 – 1000) d'expliquer la division par zéro.

Théorie de la connaissance : Leibniz et Newton ont développé l'analyse mathématique en même temps. Cela soutient-il l'argument des platoniciens plutôt que celui des constructivistes ?

Approfondissement : théorème fondamental de l'analyse.

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 5.13

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
L'évaluation de limites de la forme $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)}$ et $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ en utilisant la règle de L'Hôpital ou la série de Maclaurin.	Les formes indéterminées $\frac{0}{0}$ et $\frac{\infty}{\infty}$. **Exemple :** $\lim\limits_{\theta \to 0} \frac{\sin\theta}{\theta} = 1$. **Lien avec :** asymptotes horizontales (NM 2.8).
Utilisation itérée de la règle de L'Hôpital.	

Liens

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 5.14

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Dérivation implicite. Taux de variation liés. Problèmes d'optimisation.	Utilisation appropriée de la règle de dérivation en chaîne (dérivée de fonctions composées) ou de la dérivation implicite, y compris des cas où la solution optimale se trouve à une borne de l'intervalle considéré.

Liens

Autres contextes : liens entre des modèles mathématiques et physiques.

Théorie de la connaissance : Euler a pu faire des progrès importants dans l'étude de fonctions mathématiques avant que l'analyse mathématique ait été établie sur des fondations théoriques solides par Cauchy et d'autres. Cependant, certaines avancées n'ont pas été possibles avant les travaux de Cauchy. Quelles sont les implications quant à la nature des progrès et des développements mathématiques ? Dans quelle mesure est-ce similaire à la nature des progrès et des développements dans d'autres domaines de la connaissance ? Dans quelle mesure est-ce différent ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 5.15

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Dérivées de $\tan x$, $\sec x$, $\operatorname{cosec} x$, $\cot x$, a^x, $\log_a x$, $\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctan x$.	
Intégrales indéfinies des dérivées de n'importe laquelle de ces fonctions. Les composées de chacune de ces fonctions avec une fonction affine.	L'intégrale indéfinie interprétée comme une famille de courbes. **Exemples :** $\int \frac{1}{x^2+2x+5}\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\arctan\frac{(x+1)}{2} + C$ $\int \sec^2(2x+5)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\tan(2x+5) + C$
Utilisation de fractions partielles pour simplifier l'intégrande.	$\int \frac{1}{x^2+3x+2}\mathrm{d}x = \ln\left\lvert\frac{x+1}{x+2}\right\rvert + C$ **Lien avec :** fractions partielles (MCNS 1.11).

Liens

Théorie de la connaissance : un énoncé mathématique peut-il être vrai avant d'avoir été prouvé ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 5.16

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Intégration par changement de variables.	Lors des épreuves d'examen, les changements de variables seront donnés si l'intégrale n'est pas de la forme $\int kg'(x)f(g(x))\mathrm{d}x$. **Lien avec :** intégration par changement de variables (NM 5.10).
Intégration par parties.	**Exemples :** $\int x\sin x\mathrm{d}x$, $\int \ln x\mathrm{d}x$, $\int \arcsin x\mathrm{d}x$
Intégration par parties itérée.	**Exemples :** $\int x^2\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$ et $\int \mathrm{e}^x\sin x\mathrm{d}x$.

Liens

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 5.17

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Aire de la région délimitée par une courbe et l'axe des ordonnées sur un intervalle donné. Volumes de révolution autour de l'axe des abscisses ou de l'axe des ordonnées.	

Liens

Autres contextes : design industriel.

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 5.18

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Équations différentielles du premier ordre. Résolution numérique de $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = f(x, y)$ en utilisant la méthode d'Euler.	$x_{n+1} = x_n + h$, où h est une constante.
Variables séparables.	**Exemple :** l'équation logistique $\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = kn(a - n), \quad a, \quad k \in \mathbb{R}$ **Lien avec :** fractions partielles (MCNS 1.11) et utilisation de fractions partielles pour simplifier l'intégrande (MCNS 5.15).
Équation différentielle homogène $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = f(\frac{y}{x})$ en utilisant la substitution $y = vx$.	
Résolution de $y' + P(x)y = Q(x)$, en utilisant le facteur intégrant.	

Liens

Autres contextes : loi de refroidissement de Newton, croissance d'une population, datation au carbone.

Liens avec d'autres matières : courbes de décroissance (physique) ; réactions de premier ordre (chimie).

Théorie de la connaissance : l'expérience personnelle joue-t-elle un rôle dans la formation d'assertions en mathématiques ? Le rôle qu'elle joue dans les mathématiques est-il différent de celui qu'elle joue dans d'autres domaines de la connaissance ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

MCNS 5.19

Contenu	Conseils, clarifications et liens avec le programme
Développement en série de Maclaurin pour $\mathrm{e}^x, \quad \sin x, \quad \cos x, \quad \ln(1 + x), \quad (1 + x)^p, p \in \mathbb{Q}$.	
Utilisation de la substitution simple, de produits, de l'intégration et de la dérivation pour obtenir d'autres séries.	**Exemple :** pour la substitution, remplacez x par x^2 pour définir la série de Maclaurin pour e^{x^2}. **Exemple :** le développement de $\mathrm{e}^x \sin x$.
Séries de Maclaurin développées à partir d'équations différentielles.	

Liens

Dimension internationale : comparaison de l'école de Bourbaki avec celle de Kerala.

Théorie de la connaissance : y a-t-il toujours un compromis entre l’exactitude et la simplicité ?

Télécharger un modèle de document pour personnaliser les liens

L'évaluation dans le Programme du diplôme

Généralités

L'évaluation fait partie intégrante de l'enseignement et de l'apprentissage. Dans le Programme du diplôme, elle a avant tout pour but de soutenir les objectifs pédagogiques fixés et de favoriser chez les élèves un apprentissage de qualité. L'évaluation externe et l'évaluation interne sont toutes deux utilisées dans le Programme du diplôme. Les examinateurs de l'IB notent ainsi les travaux dans le cadre de l'évaluation externe, tandis que les travaux destinés à l'évaluation interne sont notés par les enseignants, avant de faire l'objet d'une révision de notation externe par l'IB.

Deux types d'évaluation sont réalisées par l'IB.

L'évaluation formative oriente l'enseignement et l'apprentissage. Elle fournit aux élèves et aux enseignants des commentaires utiles et précis, d'une part, sur le type d'apprentissage mis en œuvre et, d'autre part, sur la nature des points forts et des points faibles des élèves, afin de développer la compréhension et les compétences de ces derniers. L'évaluation formative peut également contribuer à améliorer la qualité de l'enseignement car elle peut fournir des informations permettant de mesurer les progrès réalisés pour atteindre les objectifs du cours.

L'évaluation sommative donne une vue d'ensemble des connaissances acquises avant le cours et permet d'évaluer les progrès des élèves.

Dans le Programme du diplôme, l'évaluation est essentiellement de nature sommative et est utilisée afin de mesurer les progrès des élèves à la fin ou vers la fin du cours. Toutefois, de nombreux outils d'évaluation du cours peuvent également être utilisés de manière formative pendant la période d'enseignement et d'apprentissage ; cette pratique est même vivement recommandée. Un plan d'évaluation complet doit faire partie intégrante de l'apprentissage, de l'enseignement et de l'organisation du cours. De plus amples renseignements sont fournis dans le document de l'IB intitulé *Normes de mise en œuvre des programmes et applications concrètes*.

Le mode d'évaluation utilisé par l'IB est critérié et non pas normatif. Ce mode d'évaluation juge donc le travail des élèves par rapport à des critères d'évaluation définis et non par rapport au travail des autres élèves. La publication intitulée *Principes et pratiques de l'évaluation – Des évaluations de qualité à l'ère du numérique* contient de plus amples renseignements sur l'évaluation dans le cadre du Programme du diplôme.

Afin d'aider les enseignants dans la planification, l'enseignement et l'évaluation des cours du Programme du diplôme, des ressources variées sont mises à leur disposition sur le Centre de ressources pédagogiques ou en vente sur le magasin de l'IB à l'adresse https://store.ibo.org. D'autres publications, telles que des spécimens d'épreuves et des barèmes de notation, du matériel de soutien pédagogique, des rapports pédagogiques et des descripteurs des notes finales, se trouvent également sur le Centre de ressources pédagogiques. Par ailleurs, des sujets d'examen des sessions précédentes et les barèmes de notation correspondants sont en vente sur le magasin de l'IB.

Méthodes d'évaluation

L'IB utilise différentes méthodes pour évaluer les travaux des élèves.

Critères d'évaluation

Les critères d'évaluation sont utilisés lorsque la tâche d'évaluation est dite « ouverte ». Chaque critère se concentre sur une compétence particulière que les élèves doivent pouvoir démontrer. Ainsi, si un objectif d'évaluation décrit ce que les élèves doivent être capables de faire, les critères d'évaluation décrivent de quelle manière et à quel niveau ils doivent le faire. L'utilisation des critères permet d'évaluer des réponses différentes et encourage leur variété. Chaque critère d'évaluation est composé d'un ensemble de descripteurs de niveaux classés par ordre hiérarchique. Chaque descripteur de niveaux équivaut à un ou plusieurs points. Chaque critère est utilisé indépendamment en suivant un modèle qui consiste à trouver le descripteur qui résume le mieux le niveau atteint (approche dite de meilleur ajustement). Le total des points attribuables peut varier d'un critère à l'autre selon leur importance. Les points ainsi attribués pour chaque critère sont ensuite additionnés pour arriver à la note totale du travail évalué.

Bandes de notation

Les bandes de notation présentent de manière détaillée les accomplissements attendus et servent de base à l'évaluation des travaux. Elles forment un critère global, qui est divisé en descripteurs de niveaux. À chaque descripteur de niveaux correspond une gamme de notes, ce qui permet de différencier les accomplissements des élèves. L'approche dite de meilleur ajustement est utilisée afin de déterminer quelle note en particulier doit être choisie parmi la gamme de notes proposées pour chaque descripteur de niveaux.

Barèmes de notation analytiques

Les barèmes de notation analytiques sont conçus pour les questions d'examen pour lesquelles un certain type de réponse ou une réponse spécifique sont attendus des élèves. Ces barèmes donnent aux examinateurs des instructions détaillées sur la manière de décomposer le total des points correspondant à chaque question pour noter différentes parties de la réponse.

Remarques sur la notation

Des remarques sur la notation sont fournies pour certaines composantes d'évaluation notées selon des critères d'évaluation. Elles donnent des orientations sur la manière dont les critères d'évaluation s'appliquent aux exigences particulières d'une question.

Aménagements de la procédure d'évaluation à des fins d'inclusion

Des aménagements de la procédure d'évaluation peuvent être mis en place à des fins d'inclusion pour les candidats qui en ont besoin. Ces aménagements permettent à ces candidats d'avoir accès aux examens et de démontrer leur connaissance et leur compréhension des concepts évalués.

La politique d'accès et d'inclusion de l'IB fournit des informations détaillées sur les aménagements de la procédure d'évaluation qui peuvent être faits à des fins d'inclusion pour les candidats ayant des besoins en matière de soutien à l'apprentissage. Le document de l'IB intitulé *La diversité d'apprentissage et l'inclusion dans les programmes de l'IB* présente la position de l'IB en ce qui concerne les candidats ayant des besoins en matière d'apprentissage divers au sein des programmes de l'IB. Le *Règlement général du Programme du diplôme* et les *Procédures d'évaluation* du Programme du diplôme contiennent quant à eux des informations détaillées sur les aménagements pour les candidats affectés par des circonstances défavorables.

Responsabilités de l'établissement

Les établissements doivent s'assurer que les candidats ayant des besoins en matière de soutien à l'apprentissage bénéficient d'ajustements raisonnables leur garantissant l'égalité de l'accès aux programmes de l'IB, conformément à la politique d'accès et d'inclusion de l'IB ainsi qu'au document intitulé *La diversité d'apprentissage et l'inclusion dans les programmes de l'IB*.

Résumé de l'évaluation – NM

Première évaluation en 2021

Composante d'évaluation	Pondération
Évaluation externe (3 heures)	**80 %**
Épreuve 1 (90 minutes) Technologie non autorisée (80 points) *Section A* Questions obligatoires à réponse courte portant sur l'ensemble du programme *Section B* Questions obligatoires à réponse développée portant sur l'ensemble du programme	**40 %**
Épreuve 2 (90 minutes) Technologie obligatoire (80 points) *Section A* Questions obligatoires à réponse courte portant sur l'ensemble du programme *Section B* Questions obligatoires à réponse développée portant sur l'ensemble du programme	**40 %**
Évaluation interne Cette composante est évaluée en interne par l'enseignant puis révisée en externe par l'IB à la fin du programme. **Exploration mathématique** L'évaluation interne en mathématiques est une exploration individuelle. Il s'agit d'un travail écrit de recherche portant sur un domaine des mathématiques. (20 points)	**20 %**

Résumé de l'évaluation – NS

Première évaluation en 2021

Composante d'évaluation	**Pondération**
Évaluation externe (5 heures)	**80 %**
Épreuve 1 (120 minutes) Technologie non autorisée (110 points) *Section A* Questions obligatoires à réponse courte portant sur l'ensemble du programme *Section B* Questions obligatoires à réponse développée portant sur l'ensemble du programme	**30 %**
Épreuve 2 (120 minutes) Technologie obligatoire (110 points) *Section A* Questions obligatoires à réponse courte portant sur l'ensemble du programme *Section B* Questions obligatoires à réponse développée portant sur l'ensemble du programme	**30 %**
Épreuve 3 (60 minutes) Technologie obligatoire (55 points) Deux questions obligatoires de résolution de problèmes à réponse développée	**20 %**
Évaluation interne Cette composante est évaluée en interne par l'enseignant puis révisée en externe par l'IB à la fin du programme. **Exploration mathématique** L'évaluation interne en mathématiques est une exploration individuelle. Il s'agit d'un travail écrit de recherche portant sur un domaine des mathématiques. (20 points)	**20 %**

Évaluation externe

Généralités

Toutes les épreuves sont évaluées à l'aide de barèmes de notation. Les barèmes de notation sont spécifiques à chaque examen.

Description détaillée de l'évaluation externe – NM

Informations générales

Épreuves 1 et 2

Ces épreuves sont conçues et notées en externe. Elles représentent 80 % de la note finale du cours. Ces épreuves sont conçues pour permettre aux élèves de démontrer leurs connaissances et leurs aptitudes.

Certaines questions, ou parties des questions, des épreuves 1 et 2 sont également utilisées au NS.

Calculatrices

Épreuve 1

Les élèves ne sont pas autorisés à utiliser une calculatrice. Les questions attendront principalement des élèves qu'ils adoptent une démarche analytique pour trouver des solutions, au lieu d'utiliser une calculatrice à écran graphique. Le but de l'épreuve n'est pas de faire réaliser aux élèves des calculs complexes dans lesquels ils risquent de commettre des fautes d'inattention. Les questions demanderont néanmoins la réalisation de quelques calculs arithmétiques si ceux-ci sont essentiels au développement de la réponse.

Épreuve 2

Les élèves doivent disposer d'une calculatrice à écran graphique pendant toute la durée de l'épreuve. Cependant, toutes les questions ne nécessiteront pas forcément l'utilisation d'une calculatrice à écran graphique. Les règles concernant les types de calculatrices à écran graphique autorisés sont détaillées dans les *Procédures d'évaluation* du Programme du diplôme.

Livret de formules

Chaque élève doit disposer d'un exemplaire non annoté du livret de formules lors de l'examen. Il est de la responsabilité des établissements scolaires d'en télécharger un exemplaire depuis IBIS ou depuis le Centre de ressources pédagogiques et de s'assurer que suffisamment d'exemplaires sont disponibles pour tous les élèves.

Attribution des points

Des points sont attribués pour la méthode, la précision, les réponses et le raisonnement, ainsi que pour l'interprétation des résultats.

Dans les épreuves 1 et 2, le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte s'il n'y a pas de raisonnement écrit. Les réponses doivent être accompagnées d'un raisonnement et/ou d'explications (par exemple, sous forme de diagrammes, représentations graphiques ou calculs). En cas de réponse inexacte, des points peuvent être attribués lorsque l'élève a utilisé une méthode correcte et que le raisonnement est présenté par écrit. Les élèves doivent donc être encouragés à toujours présenter leur raisonnement.

Épreuve 1

Durée : 1 heure 30 minutes

Pondération : 40 %

- Cette épreuve comprend la section A, qui se compose de questions à réponse courte, et la section B, qui se compose de questions à réponse développée.
- Les élèves ne sont pas autorisés à utiliser une calculatrice pour cette épreuve.

Programme traité

- La connaissance de **tous** les thèmes est exigée pour cette épreuve. Cependant, tous ne sont pas nécessairement évalués lors de chaque session d'examens.

Répartition des points

- Cette épreuve est notée sur **80** points et représente **40 %** de la note finale.
- La longueur et le niveau de difficulté des questions posées varient. Par conséquent, chaque question ne vaut pas nécessairement le même nombre de points. Le nombre exact de points pour chaque question est indiqué au début de la question.

Section A

- Cette section comporte des questions obligatoires à réponse courte portant sur l'ensemble du programme. Elle est notée sur 40 points environ.
- Le but de cette section est d'évaluer les élèves sur l'ensemble du programme. Cependant, il ne faut pas supposer que tous les thèmes se verront accorder la même importance.

Type de questions

- Un petit nombre d'étapes est nécessaire pour résoudre chaque question.
- Les questions peuvent être présentées sous forme de texte, de symboles, de tableaux ou de diagrammes, ou d'une combinaison de ces derniers.

Section B

- Cette section comporte un petit nombre de questions obligatoires à réponse développée portant sur l'ensemble du programme. Elle est notée sur 40 points environ.
- Certaines questions peuvent exiger la connaissance de plusieurs thèmes.
- Le but de cette section est d'évaluer les élèves sur l'ensemble du programme de manière approfondie. L'étendue des thèmes évalués dans cette section peut être plus limitée que celle des thèmes évalués dans la section A.

Type de questions

- Les questions exigent des réponses développées nécessitant un raisonnement suivi.
- Chaque question portera sur un seul thème.
- Les questions peuvent être présentées sous forme de texte, de symboles, de tableaux ou de diagrammes, ou d'une combinaison de ces derniers.
- Chaque question présente normalement un degré croissant de difficulté, allant d'une tâche relativement facile au début de la question à une tâche relativement difficile à la fin de la question. L'accent est mis sur le raisonnement suivi.

Épreuve 2

Durée : 1 heure 30 minutes

Pondération : 40 %

- Cette épreuve comprend la section A, qui se compose de questions à réponse courte, et la section B, qui se compose de questions à réponse développée.
- Une calculatrice à écran graphique est obligatoire pour cette épreuve, même si elle ne sera pas forcément utilisée pour toutes les questions.

Programme traité

- La connaissance de **tous** les thèmes est exigée pour cette épreuve. Cependant, tous ne sont pas nécessairement évalués lors de chaque session d'examens.

Répartition des points

- Cette épreuve est notée sur **80** points et représente **40 %** de la note finale.
- La longueur et le niveau de difficulté des questions posées varient. Par conséquent, chaque question ne vaut pas nécessairement le même nombre de points. Le nombre exact de points pour chaque question est indiqué au début de la question.

Section A

- Cette section comporte des questions obligatoires à réponse courte portant sur l'ensemble du programme. Elle est notée sur 40 points environ.
- Le but de cette section est d'évaluer les élèves sur l'ensemble du programme. Cependant, il ne faut pas supposer que tous les thèmes se verront accorder la même importance.

Type de questions

- Un petit nombre d'étapes est nécessaire pour résoudre chaque question.
- Les questions peuvent être présentées sous forme de texte, de symboles, de tableaux ou de diagrammes, ou d'une combinaison de ces derniers.

Section B

- Cette section comporte un petit nombre de questions obligatoires à réponse développée portant sur l'ensemble du programme. Elle est notée sur 40 points environ.
- Certaines questions peuvent exiger la connaissance de plusieurs thèmes.
- Le but de cette section est d'évaluer les élèves sur l'ensemble du programme de manière approfondie. L'étendue des thèmes évalués dans cette section peut être plus limitée que celle des thèmes évalués dans la section A.

Type de questions

- Les questions exigent des réponses développées nécessitant un raisonnement suivi.
- Chaque question portera sur un seul thème.
- Les questions peuvent être présentées sous forme de texte, de symboles, de tableaux ou de diagrammes, ou d'une combinaison de ces derniers.
- Chaque question présente normalement un degré croissant de difficulté, allant d'une tâche relativement facile au début de la question à une tâche relativement difficile à la fin de la question. L'accent est mis sur le raisonnement suivi.

Généralités

Toutes les épreuves sont évaluées à l'aide de barèmes de notation. Ces barèmes de notation sont spécifiques à chaque examen.

Description détaillée de l'évaluation externe – NS

Informations générales

Épreuves 1, 2 et 3

Ces épreuves sont conçues et notées en externe. Elles représentent 80 % de la note finale du cours. Ces épreuves sont conçues pour permettre aux élèves de démontrer leurs connaissances et leurs aptitudes.

Certaines questions, ou parties des questions, des épreuves 1 et 2 sont également utilisées au NM.

Calculatrices

Épreuve 1

Les élèves ne sont pas autorisés à utiliser une calculatrice. Les questions attendront principalement des élèves qu'ils adoptent une démarche analytique pour trouver des solutions, au lieu d'utiliser une calculatrice à écran graphique. Le but de l'épreuve n'est pas de faire réaliser aux élèves des calculs complexes dans lesquels ils risquent de commettre des fautes d'inattention. Les questions demanderont néanmoins la réalisation de quelques calculs arithmétiques si ceux-ci sont essentiels au développement de la réponse.

Épreuve 2

Les élèves doivent disposer d'une calculatrice à écran graphique pendant toute la durée de l'épreuve. Cependant, toutes les questions ne nécessiteront pas forcément l'utilisation d'une calculatrice à écran graphique. Les règles concernant les types de calculatrices à écran graphique autorisés sont détaillées dans les *Procédures d'évaluation* du Programme du diplôme.

Épreuve 3

Les élèves doivent disposer d'une calculatrice à écran graphique pendant toute la durée de l'épreuve. Cependant, toutes les parties des questions ne nécessiteront pas forcément l'utilisation d'une calculatrice à écran graphique. Les règles concernant les types de calculatrices à écran graphique autorisés sont détaillées dans les *Procédures d'évaluation* du Programme du diplôme.

Livret de formules

Chaque élève doit disposer d'un exemplaire non annoté du livret de formules lors de l'examen. Il est de la responsabilité des établissements scolaires d'en télécharger un exemplaire depuis IBIS ou depuis le Centre de ressources pédagogiques et de s'assurer que suffisamment d'exemplaires sont disponibles pour tous les élèves.

Attribution des points

Des points sont attribués pour la méthode, la précision, les réponses et le raisonnement, ainsi que pour l'interprétation des résultats.

Dans les épreuves 1, 2 et 3, le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte s'il n'y a pas de raisonnement écrit. Les réponses doivent être accompagnées d'un raisonnement et/ou d'explications (par exemple, sous forme de diagrammes, représentations graphiques ou calculs). En cas de réponse inexacte, des points peuvent être attribués lorsque l'élève a utilisé une méthode correcte et que le raisonnement est présenté par écrit. Les élèves doivent donc être encouragés à toujours présenter leur raisonnement.

Épreuve 1

Durée : 2 heures

Pondération : 30 %

- Cette épreuve comprend la section A, qui se compose de questions à réponse courte, et la section B, qui se compose de questions à réponse développée.
- Les élèves ne sont pas autorisés à utiliser une calculatrice pour cette épreuve.

Programme traité

- La connaissance de **tous** les thèmes est exigée pour cette épreuve. Cependant, tous ne sont pas nécessairement évalués lors de chaque session d'examens.

Répartition des points

- Cette épreuve est notée sur **110** points et représente **30 %** de la note finale.
- La longueur et le niveau de difficulté des questions posées varient. Par conséquent, chaque question ne vaut pas nécessairement le même nombre de points. Le nombre exact de points pour chaque question est indiqué au début de la question.

Section A

- Cette section comporte des questions obligatoires à réponse courte portant sur l'ensemble du programme. Elle est notée sur 55 points environ.
- Le but de cette section est d'évaluer les élèves sur l'ensemble du programme. Cependant, il ne faut pas supposer que tous les thèmes se verront accorder la même importance.

Type de questions

- Un petit nombre d'étapes est nécessaire pour résoudre chaque question.
- Les questions peuvent être présentées sous forme de texte, de symboles, de tableaux ou de diagrammes, ou d'une combinaison de ces derniers.

Section B

Cette section comporte un petit nombre de questions obligatoires à réponse développée portant sur l'ensemble du programme. Elle est notée sur 55 points environ.

Certaines questions peuvent exiger la connaissance de plusieurs thèmes.

Le but de cette section est d'évaluer les élèves sur l'ensemble du programme de manière approfondie. L'étendue des thèmes évalués dans cette section peut être plus limitée que celle des thèmes évalués dans la section A.

Type de questions

- Les questions exigent des réponses développées.
- Chaque question portera sur un seul thème.
- Les questions peuvent être présentées sous forme de texte, de symboles, de tableaux ou de diagrammes, ou d'une combinaison de ces derniers.
- Chaque question présente normalement un degré croissant de difficulté, allant d'une tâche relativement facile au début de la question à une tâche relativement difficile à la fin de la question. L'accent est mis sur le raisonnement suivi.

Épreuve 2

Durée : 2 heures

Pondération : 30 %

- Cette épreuve comprend la section A, qui se compose de questions à réponse courte, et la section B, qui se compose de questions à réponse développée.
- Une calculatrice à écran graphique est obligatoire pour cette épreuve, même si elle ne sera pas forcément utilisée pour toutes les questions.

Programme traité

- La connaissance de **tous** les thèmes est exigée pour cette épreuve. Cependant, tous ne sont pas nécessairement évalués lors de chaque session d'examens.

Répartition des points

- Cette épreuve est notée sur **110** points et représente **30 %** de la note finale.
- La longueur et le niveau de difficulté des questions posées varient. Par conséquent, chaque question ne vaut pas nécessairement le même nombre de points. Le nombre exact de points pour chaque question est indiqué au début de la question.

Section A

- Cette section comporte des questions obligatoires à réponse courte portant sur l'ensemble du programme. Elle est notée sur 55 points environ.
- Le but de cette section est d'évaluer les élèves sur l'ensemble du programme. Cependant, il ne faut pas supposer que tous les thèmes se verront accorder la même importance.

Type de questions

- Un petit nombre d'étapes est nécessaire pour résoudre chaque question.
- Les questions peuvent être présentées sous forme de texte, de symboles, de tableaux ou de diagrammes, ou d'une combinaison de ces derniers.

Section B

- Cette section comporte un petit nombre de questions obligatoires à réponse développée portant sur l'ensemble du programme. Elle est notée sur 55 points environ.
- Certaines questions peuvent exiger la connaissance de plusieurs thèmes.
- Le but de cette section est d'évaluer les élèves sur l'ensemble du programme de manière approfondie. L'étendue des thèmes évalués dans cette section peut être plus limitée que celle des thèmes évalués dans la section A.

Type de questions

- Les questions exigent des réponses développées.
- Chaque question portera sur un seul thème.
- Les questions peuvent être présentées sous forme de texte, de symboles, de tableaux ou de diagrammes, ou d'une combinaison de ces derniers.
- Chaque question présente normalement un degré croissant de difficulté, allant d'une tâche relativement facile au début de la question à une tâche relativement difficile à la fin de la question. L'accent est mis sur le raisonnement suivi.

Épreuve 3

Durée : 1 heure

Pondération : 20 %

- Cette épreuve se compose de deux questions obligatoires de résolution de problèmes à réponse développée.
- Une calculatrice à écran graphique est obligatoire pour cette épreuve, même si elle ne sera pas forcément utilisée pour toutes les parties des questions.

Programme traité

- Dans la mesure du possible, la première partie de chaque question portera sur le contenu du programme afin d'introduire le contexte de la résolution de problèmes. La connaissance de tous les thèmes du programme est donc exigée pour cette épreuve.

Répartition des points

- Cette épreuve est notée sur **55** points et représente **20 %** de la note finale.
- La longueur et le niveau de difficulté des questions posées peuvent varier. Par conséquent, chaque question ne vaut pas nécessairement le même nombre de points. Le nombre exact de points pour chaque question est indiqué au début de la question.

Type de questions

- Les questions exigent des réponses développées nécessitant un raisonnement suivi.
- Chaque question portera sur un seul thème et mettra l'accent sur la résolution de problèmes menant à une généralisation ou à l'interprétation d'un contexte.
- Les questions peuvent être présentées sous forme de texte, de symboles, de tableaux ou de diagrammes, ou d'une combinaison de ces derniers.
- Chaque question présente normalement un degré croissant de difficulté, allant d'une tâche relativement facile au début de la question à une tâche relativement difficile à la fin de la question. L'accent est mis sur la résolution de problèmes.

Évaluation interne

But de l’évaluation interne

L’évaluation interne fait partie intégrante du cours et elle est obligatoire pour les élèves du NM et du NS. Elle leur permet de prouver leurs compétences et leurs connaissances, et d’approfondir des domaines qui les intéressent, sans les contraintes de temps et les restrictions associées aux épreuves écrites. L’évaluation interne doit, dans la mesure du possible, faire partie de l’enseignement en classe et ne doit pas être une activité séparée menée à la fin du programme d’études.

Dans le cadre de l’évaluation interne, les élèves doivent réaliser une exploration individuelle, au NM comme au NS. Il s’agit d’un travail écrit de recherche portant sur un domaine des mathématiques. Il est noté à l’aide de cinq critères d’évaluation.

Direction de l’exploration et authenticité

L’exploration soumise à l’évaluation interne doit être le fruit du travail personnel de l’élève. Cela ne signifie pas pour autant que les élèves doivent décider d’un titre ou d’un sujet, puis sont livrés à eux-mêmes, sans le soutien de l’enseignant dans la poursuite de leur exploration. L’enseignant doit jouer un rôle important, tant durant l’étape de planification que pendant l’élaboration de l’exploration.

Il lui incombe de s’assurer que les élèves connaissent :

- les exigences concernant le type de travail qui sera soumis à l’évaluation interne ;
- la politique de l’IB en matière d’intégrité intellectuelle, disponible sur le Centre de ressources pédagogiques ;
- les critères d’évaluation (les élèves doivent comprendre que le travail qu’ils remettront doit bien tenir compte de ces critères).

Les enseignants et les élèves doivent discuter ensemble de l’exploration. Les élèves doivent être incités à entamer des discussions avec l’enseignant pour obtenir des conseils et des informations, et ils ne doivent pas être pénalisés pour cela. Dans le cadre du processus d’apprentissage, les enseignants doivent donner des conseils aux élèves sur une version préliminaire de l’exploration. Ces conseils prodigués par oral ou par écrit doivent guider les élèves sur la façon dont ils peuvent améliorer leur travail. Toutefois, les enseignants ne doivent pas modifier la version préliminaire. La version remise à l’enseignant par la suite doit être la version définitive soumise à l’évaluation.

Il incombe aux enseignants de s’assurer que tous les élèves comprennent la signification et l’importance fondamentales des concepts liés à l’intégrité intellectuelle, et plus particulièrement, l’authenticité et la propriété intellectuelle. Ils doivent vérifier que tous les travaux que les élèves remettent pour l’évaluation ont été effectués conformément aux exigences et doivent expliquer clairement aux élèves que ces travaux doivent être entièrement les leurs.

Les enseignants doivent authentifier tout travail envoyé à l’IB pour révision de notation ou évaluation. Ils ne doivent pas envoyer de travaux qui, à leur connaissance, constituent des cas de fraude présumée ou confirmée. Chaque élève doit confirmer que son travail est authentique et qu’il s’agit de la version définitive. Une fois qu’un élève a remis la version définitive de son travail de manière officielle, il ne peut plus faire marche arrière. L’exigence selon laquelle l’authenticité des travaux doit être confirmée s’applique aux travaux de tous les élèves, et non pas uniquement aux échantillons de travaux soumis à l’IB pour la révision de notation. Pour obtenir de plus amples informations, veuillez consulter les publications de l’IB intitulées *L’intégrité intellectuelle au sein de l’IB*, *Le Programme du diplôme : des principes à la pratique*, ainsi que les articles pertinents du *Règlement général du Programme du diplôme*.

L'authenticité du travail peut être vérifiée en discutant avec l'élève du contenu de son travail et en examinant en détail un ou plusieurs des éléments suivants :

- le projet initial de l'élève ;
- la version préliminaire ;
- les références citées ;
- le style d'écriture, en comparaison avec d'autres travaux de l'élève ;
- une analyse du travail réalisée au moyen d'un service en ligne spécialisé dans la détection du plagiat, tel que http://turnitin.com/fr/.

Un même travail ne peut être soumis pour satisfaire aux exigences de l'évaluation interne et du mémoire.

Travail d'équipe et collaboration

Les approches de l'enseignement accordent une place prépondérante au travail d'équipe et à la collaboration dans le cadre du Programme du diplôme. Les enseignants doivent de préférence utiliser les heures de cours à leur disposition pour organiser la collaboration entre les élèves. Ils doivent encourager les élèves à travailler en collaboration dans le cadre des différentes étapes de leur exploration. Il peut s'agir par exemple des activités suivantes :

- formulation d'idées ;
- choix du sujet de leur exploration ;
- mise en commun de leurs sources de recherche ;
- acquisition des connaissances, des compétences et de la compréhension nécessaires ;
- sollicitation d'une rétroaction de leurs pairs sur leur travail écrit.

Le site Web consacré aux approches de l'enseignement et de l'apprentissage accessible à partir du Centre de ressources pédagogiques est une excellente source d'information pour développer les compétences de collaboration des élèves.

Si les élèves sont encouragés à partager leurs idées, ils ne doivent cependant pas travailler à plusieurs sur une même exploration. Conformément aux critères d'évaluation, il est important qu'ils mentionnent les différentes sources et idées issues de leur collaboration et intégrées dans leur travail, et qu'ils démontrent en permanence leur compréhension et leur investissement. Les points récompensent le développement de l'élève et la contribution qu'il apporte à sa propre exploration, et non les travaux provenant de la littérature ou menés à bien par d'autres élèves, dans le cadre d'un travail individuel ou en groupe.

Il est impératif que les élèves comprennent que le raisonnement et les calculs figurant dans leur travail doivent être le fruit de leur travail personnel. Ainsi, soit l'argumentation qu'ils formulent et les idées sur lesquelles ils s'appuient pour le développer sont le fruit de leur travail, soit la source de ces idées doit être précisée. Toutes les sources doivent être référencées en conséquence. Cette exigence s'applique aux images, diagrammes, représentations graphiques, formules, etc.

Dans le cadre d'une collecte d'informations, de données ou de mesures, chaque élève doit recueillir ses propres données, y compris lorsque les mesures sont effectuées lors d'une expérience réalisée en groupe. Les données ou mesures provenant d'un travail en groupe peuvent être combinées afin que les élèves puissent disposer d'informations en quantité suffisante pour effectuer leur analyse individuelle. Cela doit alors être clairement expliqué dans l'exploration écrite.

Volume horaire

L'évaluation interne fait partie intégrante des cours de mathématiques. Elle correspond à 20 % de l'évaluation finale au NM et au NS. Cette pondération doit se refléter dans le temps alloué à l'enseignement des connaissances, des compétences et de la compréhension requises, de même que dans le temps total alloué pour effectuer le travail requis.

Il est recommandé d'attribuer un total d'environ 10 à 15 heures d'enseignement pour l'exploration. Ce volume horaire doit comprendre :

- le temps nécessaire à l'enseignant pour expliquer aux élèves les exigences de l'exploration ;
- les heures de cours nécessaires pour permettre aux élèves de travailler sur leur exploration et de poser des questions ;
- le temps nécessaire à chaque élève pour consulter son enseignant ;
- le temps nécessaire pour mesurer les progrès effectués et vérifier l'authenticité du travail.

Exigences et recommandations

Les élèves ont le choix entre des activités nombreuses et variées, comme la modélisation, la recherche et les applications des mathématiques. Pour aider les enseignants et les élèves à choisir un sujet, une liste de stimuli est disponible dans le matériel de soutien pédagogique. Les élèves ne sont toutefois pas limités à cette liste.

L'exploration doit comprendre 12 à 20 pages environ, avec un interligne double, diagrammes et représentations graphiques inclus, mais bibliographie exclue. Cependant, la qualité de la rédaction mathématique importe plus que la longueur.

L'enseignant doit être en mesure d'orienter les élèves de manière adéquate à chaque étape de l'exploration, par exemple, en les dirigeant vers des pistes de recherche plus productives, en leur suggérant des sources d'informations pertinentes ou en leur donnant des conseils sur le contenu et la clarté de l'exploration lors de sa rédaction.

Il est de la responsabilité de l'enseignant d'indiquer aux élèves la présence d'erreurs, mais non pas de les corriger de façon explicite. Il convient de souligner que les élèves doivent consulter leur enseignant tout au long du processus.

Tous les élèves doivent connaître les exigences relatives à l'exploration ainsi que les critères d'évaluation utilisés. Ils doivent commencer à planifier leur exploration le plus tôt possible. Il est nécessaire de fixer des échéances et de les respecter. Ainsi, il faut prévoir une date pour la remise du sujet de l'exploration et d'une brève description, une autre date pour la remise de la version préliminaire et, bien sûr, une dernière date pour la finalisation de l'exploration.

Lors de l'élaboration de leur exploration, les élèves doivent s'efforcer d'utiliser des notions mathématiques apprises dans le cadre du cours. Ces notions doivent être conformes au niveau du cours, c'est-à-dire qu'elles doivent être similaires à celles suggérées dans le programme. Il n'est pas attendu des élèves qu'ils produisent un travail portant sur des sujets ne figurant pas dans le programme, toutefois, cela ne sera pas pénalisé.

Les élèves doivent suivre les directives éthiques tout au long de la planification et de l'élaboration de l'exploration. L'affiche *Pratiques éthiques au Programme du Diplôme* disponible sur le Centre de ressources pédagogiques contient des informations supplémentaires à ce sujet.

Présentation

Les éléments suivants doivent apparaître sur la page de couverture de l'exploration :

- le titre de l'exploration ;
- le nombre de pages.

Les références bibliographiques ne sont pas évaluées. Cependant, si elles ne figurent pas dans le rapport final, le travail pourra être signalé sur la base des exigences liées à l'intégrité intellectuelle.

Utilisation des critères d'évaluation interne

L'évaluation interne se base sur un certain nombre de critères. Chaque critère d'évaluation comprend des descripteurs définissant des niveaux d'accomplissement spécifiques auxquels correspond une gamme de points. Bien que les descripteurs de niveaux portent sur les aspects positifs du travail, la notion d'échec peut être incluse dans la description des niveaux les plus bas.

Les enseignants doivent noter les travaux remis pour l'évaluation interne au NM et au NS à l'aide des critères d'évaluation, en utilisant les descripteurs de niveaux.

Les critères d'évaluation A à D sont identiques pour le NM et le NS. Le critère E *utilisation des mathématiques* est différent au NM et au NS.

Le but consiste à trouver, pour chaque critère, le descripteur qui correspond le mieux au niveau du travail à l'aide du modèle de meilleur ajustement. Ce modèle consiste à effectuer un ajustement lorsqu'un travail présente des aspects du critère à des niveaux différents. La note attribuée doit refléter le plus possible l'accomplissement dans son ensemble par rapport au critère. Il n'est pas nécessaire que tous les aspects du descripteur de niveaux soient présents pour que la ou les notes correspondantes soient attribuées.

Lorsqu'ils évaluent le travail d'un élève, les enseignants doivent, pour chaque critère, lire les descripteurs de niveaux jusqu'à ce qu'ils atteignent celui qui décrit le mieux le travail évalué. Si un travail semble se situer entre deux descripteurs, l'enseignant doit les relire et choisir celui qui est le plus approprié au travail de l'élève.

Lorsqu'un niveau contient deux notes ou plus, les enseignants doivent donner les notes les plus élevées si le travail de l'élève démontre les qualités décrites dans une large mesure ; la qualité du travail est alors très proche du niveau supérieur. Les enseignants doivent donner les notes les plus basses si le travail de l'élève démontre les qualités décrites dans une moindre mesure ; la qualité du travail est alors proche du niveau inférieur.

Seuls les nombres entiers seront retenus. Les notes partielles, c'est-à-dire les fractions ou les décimales, ne sont pas acceptées.

Les enseignants ne doivent pas penser en termes de réussite ou d'échec, mais plutôt chercher à déterminer le descripteur adéquat pour chaque critère d'évaluation.

Les descripteurs les plus élevés ne correspondent pas nécessairement à un travail parfait et doivent être à la portée des élèves. Les enseignants ne doivent pas hésiter à choisir les extrêmes s'ils décrivent adéquatement le niveau du travail évalué.

Un élève qui a atteint un niveau élevé pour un critère donné n'atteindra pas nécessairement un niveau élevé pour les autres critères. De même, l'obtention d'un niveau peu élevé pour un critère donné n'implique pas nécessairement que le travail atteindra un niveau peu élevé pour les autres critères. Les enseignants ne doivent pas s'attendre à voir l'évaluation de l'ensemble des élèves suivre une distribution particulière des notes.

Il est recommandé de mettre les critères d'évaluation à la disposition des élèves.

Description détaillée de l'évaluation interne

Exploration mathématique

Durée : 10 à 15 heures

Pondération : 20 %

Introduction

La composante de ce cours évaluée en interne est une exploration mathématique. Il s'agit d'un court rapport rédigé par l'élève sur un sujet qu'il a choisi. Ce rapport doit porter sur les notions mathématiques de ce domaine particulier. L'accent est mis sur la communication mathématique (notamment les formules, les diagrammes, les représentations graphiques, les tableaux, etc.). L'élève doit développer son propre sujet en tenant compte des commentaires de l'enseignant fournis dans le cadre, par exemple, de discussions et d'entretiens. Ce travail donnera aux élèves l'occasion d'approfondir un ou plusieurs domaines qui les intéressent, sans les contraintes de temps associées aux épreuves d'examen, tout en permettant à chacun d'entre eux d'éprouver un sentiment de réussite.

Le rapport final doit comprendre 12 à 20 pages environ, avec un interligne double. Il peut être écrit à la main ou rédigé avec un logiciel de traitement de texte. Les élèves doivent être capables d'expliquer toutes les étapes de leur travail d'une façon qui démontre une bonne compréhension. Bien qu'il ne soit pas exigé des élèves qu'ils présentent leur travail devant leur classe, celui-ci doit être écrit de telle manière que leurs pairs puissent le suivre assez facilement. Le rapport doit comprendre une bibliographie détaillée et les sources doivent être référencées conformément à la politique de l'IB en matière d'intégrité intellectuelle. Les citations directes doivent également être référencées.

But de l'exploration

Les objectifs globaux du cours de mathématiques : analyse et approches et ceux du cours de mathématiques : applications et interprétation se traduisent, au NM comme au NS, en objectifs d'évaluation. Ces derniers sont formellement évalués comme éléments constitutifs du cours à travers les épreuves d'examen, l'exploration, ou les deux. En plus de tester les objectifs d'évaluation du cours, l'exploration cherche à fournir aux élèves l'occasion d'améliorer leur compréhension des concepts et des processus mathématiques, et de développer une appréciation plus large des mathématiques. Cela fait partie des objectifs globaux de ce cours. L'exploration est conçue pour que les élèves tirent profit des activités mathématiques entreprises et qu'ils les trouvent à la fois stimulantes et enrichissantes. Ils développeront ainsi les qualités du profil de l'apprenant de l'IB.

L'exploration a pour but :

- de permettre aux élèves de mieux comprendre la nature des mathématiques et de développer leur capacité à poser leurs propres questions sur cette discipline ;
- de fournir aux élèves l'occasion de réaliser un travail mathématique sur une longue période de temps ;
- de permettre aux élèves d'expérimenter la satisfaction d'utiliser des processus mathématiques de façon indépendante ;
- de permettre aux élèves de faire par eux-mêmes l'expérience de la beauté, de la puissance et de l'utilité des mathématiques ;
- d'encourager les élèves, le cas échéant, à découvrir, utiliser et apprécier la puissance de la technologie comme outil mathématique ;
- de développer chez les élèves la patience et la persévérance, et de les faire réfléchir sur la signification de leur travail ;
- de donner aux élèves des occasions de montrer, avec assurance, comment ils ont développé leurs compétences en mathématiques.

Organisation de l'exploration

Le travail concernant l'exploration doit être intégré au cours pour que les élèves aient la possibilité d'acquérir les compétences dont ils ont besoin. Il est donc possible d'utiliser des heures de cours pour mener une discussion générale sur les domaines d'études et pour familiariser les élèves avec les critères d'évaluation. Le matériel de soutien pédagogique contient des informations supplémentaires concernant l'élaboration de l'exploration.

Critères d'évaluation interne – NM et NS

L'exploration est évaluée en interne par l'enseignant et révisée en externe par l'IB à l'aide des critères d'évaluation qui se rapportent aux objectifs du cours de mathématiques.

Chaque exploration est évaluée suivant les cinq critères suivants. La note pour chaque exploration est la somme des points obtenus pour chaque critère. La note maximale est de 20 points.

Les élèves ne recevront pas de note finale pour le cours de mathématiques s'ils ne présentent pas une exploration.

Critère A	Présentation
Critère B	Communication mathématique
Critère C	Investissement personnel
Critère D	Réflexion

Critère E	Utilisation des mathématiques

Critère A : présentation

Niveau	Descripteur
0	L’exploration n’atteint pas l’un des niveaux décrits ci-dessous.
1	L’exploration présente une certaine cohérence ou une certaine organisation.
2	L’exploration présente une certaine cohérence et une certaine organisation.
3	L’exploration est cohérente et bien organisée.
4	L’exploration est cohérente, bien organisée et concise.

Le critère *présentation* évalue l’organisation et la cohérence de l’exploration.

Une exploration **cohérente** est développée de manière logique, facile à suivre et elle doit atteindre son objectif. Cet aspect fait référence à la structure globale ou au cadre de travail, comprenant l’introduction, le corps du texte, la conclusion et la manière dont les différentes parties sont reliées entre elles.

Une exploration **bien organisée** comprend une introduction, une description de l’objectif de l’exploration et une conclusion. Les graphiques, les tableaux et les diagrammes pertinents doivent illustrer la partie à laquelle ils se rapportent dans le corps du texte et non être simplement annexés à la fin du document. Les annexes doivent servir à fournir des informations sur des ensembles de données importants ou des graphiques, des diagrammes et des tableaux supplémentaires.

Une exploration **concise** ne contient pas de descriptions, de graphiques ou de calculs répétitifs non pertinents ou superflus.

Le recours à la technologie n’est pas obligatoire, mais encouragé lorsque pertinent. Cependant, le recours à des approches analytiques plutôt que technologiques ne signifie pas nécessairement un manque de concision et ne doit pas être pénalisé. Cela ne signifie pas que des calculs répétitifs soient tolérés.

Critère B : communication mathématique

Niveau	Descripteur
0	L’exploration n’atteint pas l’un des niveaux décrits ci-dessous.
1	L’exploration présente un certain degré de communication mathématique pertinente, partiellement appropriée.
2	L’exploration présente un certain degré de communication mathématique pertinente et appropriée.
3	La communication mathématique est pertinente, appropriée et le plus souvent cohérente.
4	La communication mathématique est pertinente, appropriée et cohérente dans l’ensemble de l’exploration.

Le critère *communication mathématique* évalue dans quelle mesure l’élève :

- utilise un langage mathématique approprié (**notations**, **symboles**, **terminologie**). Les notations propres aux calculatrices ou aux ordinateurs sont acceptées uniquement lorsqu’elles sont générées par le logiciel. Il est autrement attendu de l’élève qu’il utilise une notation mathématique appropriée dans son travail ;
- définit les **termes clés** et les variables, le cas échéant ;
- utilise de **multiples formes de représentations mathématiques**, telles que des formules, des diagrammes, des tableaux, des schémas, des graphiques et des modèles, le cas échéant ;

- utilise une **méthode déductive** et présente des démonstrations de manière logique, le cas échéant.

Le niveau 1 pourrait, par exemple, être attribué aux explorations dont les graphiques ne sont pas accompagnés de légende, ou qui contiennent systématiquement une notation informatique sans autre forme de communication mathématique appropriée.

Le niveau 4 peut être atteint en utilisant une seule forme de représentation mathématique, tant que cette dernière est adaptée au sujet exploré. Les erreurs **mineures** qui ne nuisent pas à la clarté de la communication ne seront pas pénalisées pour le niveau 4.

Critère C : investissement personnel

Niveau	Descripteur
0	L'exploration n'atteint pas l'un des niveaux décrits ci-dessous.
1	L'élève fait preuve d'un certain investissement personnel.
2	L'élève fait preuve d'un investissement personnel soutenu.
3	L'élève fait preuve d'un investissement personnel remarquable.

Le critère *investissement personnel* évalue dans quelle mesure l'élève s'investit dans le sujet en explorant les mathématiques et en se les appropriant. Il ne mesure pas les efforts déployés.

L'investissement personnel peut prendre différentes formes. Il peut s'agir, par exemple, de penser de façon indépendante ou créative, de présenter des idées mathématiques de façon personnelle, d'explorer le sujet en adoptant des points de vue différents, ou encore de formuler et de tester des prédictions. Le matériel de soutien pédagogique qui accompagne ce guide fournit d'autres exemples (non exhaustifs) d'investissement personnel correspondant aux différents niveaux.

Le travail doit contenir des preuves visibles de l'investissement personnel de l'élève. Il ne suffit pas que l'enseignant affirme que l'élève était très investi.

L'exploration d'un élève a peu de chances d'atteindre les niveaux supérieurs de ce critère si elle est typique d'un manuel scolaire ou s'il s'agit d'un contenu mathématique reproduit tel quel et ne faisant pas apparaître son point de vue.

Investissement personnel soutenu : l'élève fait preuve d'un véritable investissement personnel à quelques reprises au cours de l'exploration, ce qui permet clairement de faire avancer l'exploration et d'aider le lecteur à mieux comprendre les intentions de l'auteur.

Investissement personnel remarquable : l'élève fait preuve d'un véritable investissement personnel à de nombreuses reprises au cours de l'exploration, ce qui démontre un travail de haute qualité et permet clairement de faire avancer l'exploration de manière créative. Le travail de l'élève démontre une compréhension approfondie du contexte de l'exploration à travers son approche, et le lecteur comprend mieux les intentions de l'auteur.

Critère D : réflexion

Niveau	Descripteur
0	L'exploration n'atteint pas l'un des niveaux décrits ci-dessous.
1	L'élève fait preuve d'une réflexion limitée.
2	L'élève fait preuve d'une réflexion constructive.
3	L'élève apporte des preuves solides d'une réflexion critique.

Le critère *réflexion* évalue comment l'élève révise, analyse et évalue son exploration. Bien que la réflexion puisse s'observer dans la conclusion de l'exploration, elle peut aussi apparaître tout au long du travail.

Une simple description des résultats représente une **réflexion limitée**. Une considération plus poussée est exigée pour atteindre les niveaux supérieurs du critère.

L'élève peut faire preuve d'une **réflexion constructive**, par exemple en établissant des liens avec les objectifs de l'exploration, en commentant ce qu'il a appris, en prenant en considération certaines limites de l'exploration ou encore en comparant différentes approches mathématiques.

La **réflexion critique** est une réflexion décisive ou particulièrement perspicace. Elle permet souvent de développer l'exploration en abordant les résultats mathématiques et leur incidence sur la compréhension du sujet par l'élève. L'élève peut faire preuve d'une réflexion critique par exemple en prenant en considération les prochaines étapes, en discutant des implications des résultats, en discutant des forces et des faiblesses des différentes approches et en considérant différents points de vue.

Il est entendu par « **preuves solides** » que la réflexion critique est présente tout au long de l'exploration. Si la réflexion critique apparaît seulement à la fin de l'exploration, elle devra alors être d'une grande qualité et démontrer en quoi elle a permis de développer l'exploration pour atteindre le niveau 3.

Le matériel de soutien pédagogique qui accompagne ce guide fournit d'autres exemples (non exhaustifs) de réflexion correspondant aux différents niveaux.

Critère E : utilisation des mathématiques – NM

Niveau	Descripteur
0	L'exploration n'atteint pas l'un des niveaux décrits ci-dessous.
1	L'exploration utilise quelques notions mathématiques pertinentes.
2	L'exploration utilise quelques notions mathématiques pertinentes. Elle démontre une compréhension limitée.
3	L'exploration utilise des notions mathématiques pertinentes, conformes au niveau du cours. Elle démontre une compréhension limitée.
4	L'exploration utilise des notions mathématiques pertinentes, conformes au niveau du cours. Les notions explorées sont en partie correctes. L'exploration démontre une certaine connaissance et une certaine compréhension des mathématiques.
5	L'exploration utilise des notions mathématiques pertinentes, conformes au niveau du cours. Les notions explorées sont la plupart du temps correctes. L'exploration démontre une bonne connaissance et une bonne compréhension des mathématiques.
6	L'exploration utilise des notions mathématiques pertinentes, conformes au niveau du cours. Les notions explorées sont correctes. L'exploration démontre une connaissance et une compréhension approfondies des mathématiques.

Le critère *utilisation des mathématiques* au NM évalue dans quelle mesure l'élève utilise des notions mathématiques **pertinentes** au regard de son exploration.

Le qualificatif « **pertinentes** » désigne les notions mathématiques qui viennent soutenir le développement de l'exploration en vue d'atteindre l'objectif défini. L'utilisation de notions mathématiques trop complexes dans un cas où des notions simples auraient suffi n'est pas pertinente.

Il est attendu des élèves qu'ils produisent un travail **conforme au niveau** du cours, ce qui signifie que l'exploration ne peut pas uniquement porter sur les notions mathématiques figurant dans la liste des acquis antérieurs. Les notions mathématiques explorées doivent faire partie du programme ou être d'un niveau similaire.

L'un des mots-clés des descripteurs est le verbe « **démontrer** ». Le mot-consigne « démontrer » signifie « établir de manière évidente, par un raisonnement ou des éléments de preuve, en illustrant à l'aide d'exemples ou d'applications ». Le fait d'obtenir une réponse correcte ne suffit pas pour démontrer une compréhension (même une compréhension limitée) et atteindre le niveau 2 ou un niveau supérieur pour ce critère.

Pour que la connaissance et la compréhension soient **approfondies**, elles doivent être démontrées tout au long du travail.

Le travail peut être considéré comme **correct** même s'il comporte quelques erreurs mineures, tant que ces erreurs ne compromettent pas la fluidité du développement mathématique ou ne conduisent pas à un résultat absurde.

Les élèves sont encouragés à utiliser la technologie pour obtenir des résultats lorsque cela est pertinent, mais une **compréhension doit être démontrée** pour qu'un niveau supérieur à 1 soit attribué pour ce critère. Par exemple, la simple substitution de valeurs au sein d'une formule ne démontre pas nécessairement une compréhension des résultats.

Les notions mathématiques doivent se limiter à ce qui est nécessaire pour soutenir le développement de l'exploration. Il peut s'agir d'un petit nombre de notions ou même d'un thème (ou sous-thème) du programme. Il vaut mieux bien faire peu de choses plutôt qu'en faire davantage avec une moindre qualité. Si les notions mathématiques utilisées sont pertinentes pour le sujet exploré, conformes au niveau du cours et comprises par l'élève, il est alors possible d'atteindre un niveau élevé dans ce critère.

Critère E : utilisation des mathématiques – NS

Niveau	Descripteur
0	L'exploration n'atteint pas l'un des niveaux décrits ci-dessous.
1	L'exploration utilise quelques notions mathématiques pertinentes. Elle démontre une compréhension limitée.
2	L'exploration utilise quelques notions mathématiques pertinentes. Les notions explorées sont en partie correctes. L'exploration démontre une certaine connaissance et une certaine compréhension des mathématiques.
3	L'exploration utilise des notions mathématiques pertinentes, conformes au niveau du cours. Les notions explorées sont correctes. L'exploration démontre une certaine connaissance et une certaine compréhension des mathématiques.
4	L'exploration utilise des notions mathématiques pertinentes, conformes au niveau du cours. Les notions explorées sont correctes. L'exploration démontre une bonne connaissance et une bonne compréhension des mathématiques.
5	L'exploration utilise des notions mathématiques pertinentes, conformes au niveau du cours. Les notions explorées sont correctes et démontrent un certain niveau de complexité ou de rigueur. L'exploration démontre une connaissance et une compréhension approfondies des mathématiques.
6	L'exploration utilise des notions mathématiques pertinentes, conformes au niveau du cours. Les notions explorées sont précises et démontrent un certain niveau de complexité et de rigueur. L'exploration démontre une connaissance et une compréhension approfondies des mathématiques.

Le critère *utilisation des mathématiques* au NS évalue dans quelle mesure l'élève utilise des notions mathématiques **pertinentes** dans son exploration.

Il est attendu des élèves qu'ils produisent un travail **conforme au niveau** du cours, ce qui signifie que l'exploration ne peut pas uniquement porter sur les notions mathématiques figurant dans la liste des acquis antérieurs. Les notions mathématiques explorées doivent soit faire partie du programme, soit être d'un niveau similaire ou légèrement supérieur. Cependant, il n'est **pas** obligatoire d'utiliser des notions mathématiques d'un niveau légèrement supérieur à celui du programme pour atteindre les niveaux les plus élevés de ce critère.

L'un des mots-clés des descripteurs est le verbe « **démontrer** ». Le mot-consigne « démontrer » signifie « établir de manière évidente, par un raisonnement ou des éléments de preuve, en illustrant à l'aide d'exemples ou d'applications ». Le fait d'obtenir une réponse correcte ne suffit pas pour démontrer une compréhension (même une compréhension limitée) et atteindre le niveau 2 ou un niveau supérieur pour ce critère.

Pour que la connaissance et la compréhension soient **approfondies**, elles doivent être démontrées tout au long du travail. L'exploration doit présenter le détail du raisonnement en vue de justifier les différentes étapes du développement mathématique.

Le qualificatif « **pertinentes** » désigne les notions mathématiques qui viennent soutenir le développement de l'exploration en vue d'atteindre l'objectif défini. L'utilisation de notions mathématiques trop complexes dans un cas où des notions simples auraient suffi n'est pas pertinente.

Le travail peut être considéré comme **correct** même s'il comporte quelques erreurs mineures, tant que ces erreurs ne compromettent pas la fluidité du développement mathématique ou ne conduisent pas à un résultat absurde. Les notions mathématiques **précises** impliquent un travail sans erreurs et dans lequel on retrouve un niveau de précision appropriée à chaque instant.

Complexité : pour être considérées comme complexes, les notions mathématiques utilisées doivent être conformes au cours du NS ou, dans le cas du cours du NM, elles doivent avoir été utilisées avec un degré de complexité supérieur à ce qui est attendu d'un élève du NM. La complexité en mathématiques fait notamment référence à la compréhension et à l'utilisation de concepts mathématiques difficiles, à la manière d'aborder un problème à partir de différents points de vue et à l'identification de structures sous-jacentes permettant de faire le lien entre les différents domaines des mathématiques.

La **rigueur** implique une clarté au niveau de la logique et du langage utilisés pour le développement de l'argumentation et des calculs mathématiques. Les assertions mathématiques relatives au développement de l'exploration doivent être justifiées ou prouvées.

Les élèves sont encouragés à utiliser la technologie pour obtenir des résultats lorsque cela est pertinent, mais une **compréhension doit être démontrée** pour que le niveau 1 ou un niveau supérieur soit attribué pour ce critère. Par exemple, la simple substitution de valeurs au sein d'une formule ne démontre pas nécessairement une compréhension des résultats.

Les notions mathématiques doivent se limiter à ce qui est nécessaire pour soutenir le développement de l'exploration. Il peut s'agir d'un petit nombre de notions ou même d'un thème (ou sous-thème) du programme. Il vaut mieux bien faire peu de choses plutôt qu'en faire davantage avec une moindre qualité. Si les notions mathématiques utilisées sont pertinentes pour le sujet exploré, conformes au niveau du cours et comprises par l'élève, il est alors possible d'atteindre un niveau élevé dans ce critère.

Glossaire des mots-consignes

Mots-consignes pour le cours de mathématiques : analyse et approches

Les mots-consignes présentés ci-après sont des termes et formules clés utilisés dans les questions d'examen. Les élèves doivent les connaître et les comprendre dans le sens des définitions données. Bien que ces mots-consignes soient ceux qui reviennent le plus souvent dans les questions d'examen, il est possible que d'autres termes soient parfois utilisés pour amener les élèves à présenter leur argumentation d'une autre façon.

Mot-consigne	Définition
À partir de là	Utiliser le travail fait précédemment pour obtenir le résultat désiré.
À partir de là ou par toute autre méthode	Il est suggéré d'utiliser le travail fait précédemment, mais d'autres méthodes pourraient également être acceptées.
Calculer	Obtenir une réponse numérique en montrant les étapes pertinentes du raisonnement.
Commenter	Formuler un jugement basé sur un énoncé ou un résultat d'un calcul donné.
Comparer	Exposer les similitudes qui existent entre deux ou plusieurs éléments ou situations, et se référer constamment à ces deux ou à tous ces éléments.
Comparer et opposer	Exposer les similitudes et les différences qui existent entre deux ou plusieurs éléments ou situations, et se référer constamment à ces deux ou à tous ces éléments.
Construire	Présenter les informations de manière schématique ou logique.
Décrire	Exposer de façon détaillée.
Déduire	Parvenir à une conclusion à partir des informations fournies.
Démontrer	Établir de manière évidente, par un raisonnement ou des éléments de preuve, en illustrant à l'aide d'exemples ou d'applications.
Dessiner	Représenter à l'aide d'un schéma ou d'une représentation graphique précise et légendée, en utilisant un crayon. Une règle (ou une latte graduée) doit être utilisée pour dessiner les droites. Les schémas doivent être dessinés à l'échelle. Les points des graphiques doivent être placés correctement (si nécessaire) et reliés par des droites ou des courbes.
Déterminer	Trouver la seule réponse possible.
Distinguer	Clarifier les différences qui existent entre deux ou plusieurs concepts ou éléments.
Écrire	Donner la ou les réponses, généralement en extrayant des informations. Peu ou pas de calculs sont nécessaires. Le raisonnement n'a pas besoin d'être écrit.
Énumérer	Fournir une liste de réponses brèves sans explication.
Estimer	Donner une valeur approximative.

Mot-consigne	Définition
Esquisser	Représenter à l'aide d'un diagramme ou d'une représentation graphique (légendé de manière appropriée). Une esquisse doit donner une idée générale de la forme ou de la relation à représenter et comporter des caractéristiques principales.
Expliquer	Donner un compte rendu détaillé incluant les raisons ou les causes.
Identifier	Fournir la bonne réponse à partir de plusieurs possibilités.
Indiquer	Donner un nom spécifique, une valeur ou toute autre réponse brève sans explication ni calcul.
Interpréter	Utiliser ses connaissances et sa compréhension pour reconnaître les tendances et tirer des conclusions à partir des informations données.
Justifier	Donner des raisons ou des preuves valables pour étayer une réponse ou une conclusion.
Légender	Ajouter des légendes à un diagramme.
Montrer	Donner les étapes d'un calcul ou d'une manipulation.
Montrer que	Obtenir le résultat demandé (en utilisant, le cas échéant, les informations données) sans la formalité d'une preuve. En général, les questions de ce type ne nécessitent pas l'utilisation d'une calculatrice.
Opposer	Exposer les différences qui existent entre deux ou plusieurs éléments ou situations, et se référer constamment à ces deux ou à tous ces éléments.
Placer les points	Indiquer la position de points sur un diagramme.
Prédire	Donner un résultat attendu.
Prouver	Utiliser une suite d'étapes logiques pour obtenir le résultat demandé de façon formelle.
Rechercher	Observer, étudier ou effectuer un examen minutieux et systématique en vue d'établir des faits et de parvenir à des conclusions nouvelles.
Résoudre	Obtenir des réponses à l'aide de méthodes algébrique, numérique et/ou graphique.
Trouver	Obtenir une réponse en montrant les étapes pertinentes du raisonnement.
Trouver la dérivée	Trouver la dérivée d'une fonction.
Trouver l'intégrale	Trouver l'intégrale d'une fonction.
Suggérer	Proposer une solution, une hypothèse ou une autre réponse possible.
Vérifier	Fournir des arguments qui valident le résultat.

Liste des notations

Parmi toutes les notations en usage, l’IB a choisi d’adopter un système de notation basé sur les recommandations de l’Organisation internationale de normalisation (ISO). Ces notations seront utilisées dans les épreuves d’examen de ce cours sans explication. Si d’autres formes de notation que celles présentées dans ce guide sont utilisées dans une épreuve d’examen particulière, elles seront alors définies dans la question où elles apparaissent.

Puisque les élèves doivent reconnaître les notations de l’IB dans les épreuves d’examen, sans nécessairement les utiliser, il est recommandé aux enseignants de présenter ces notations à leurs élèves le plus tôt possible. Les élèves ne sont **pas** autorisés à accéder aux informations concernant ces notations pendant les examens.

Les élèves doivent toujours utiliser des notations mathématiques correctes, et non les notations qui peuvent apparaître sur leur calculatrice.

NM et NS

$\mathbb{N}$	l’ensemble des entiers naturels, $\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ ...\}$
$\mathbb{Z}$	l’ensemble des entiers relatifs, $\{0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \pm 3,\ ...\}$
$\mathbb{Z}^+$	l’ensemble des entiers strictement positifs, $\{1,\ 2,\ 3,\ ...\}$
$\mathbb{Q}$	l’ensemble des nombres rationnels
$\mathbb{Q}^+$	l’ensemble des nombres rationnels strictement positifs, $\{x \mid x \in \mathbb{Q},\ x > 0\}$
$\mathbb{R}$	l’ensemble des nombres réels
$\mathbb{R}^+$	l’ensemble des nombres réels strictement positifs, $\{x \mid x \in \mathbb{R},\ x > 0\}$
$\{x_1,\ \ x_2,\ \ \ldots\}$	l’ensemble contenant les éléments $x_1,\ x_2,\ ...$
$n(A)$	le cardinal (nombre d’éléments) de l’ensemble fini A
$\{x \mid \qquad \}$	l’ensemble de tous les x tels que
$\in$	appartient à
$\notin$	n’appartient pas à
’	l’ensemble vide
U	l’ensemble universel
$\cup$	union
$\cap$	intersection
A'	le complémentaire de l’ensemble A
$a^{1/2},\ \sqrt{a}$	a à la puissance $\frac{1}{2}$, racine carrée de a (si $a \geq 0$ alors $\sqrt{a} \geq 0$)
$a^{1/n},\ \sqrt[n]{a}$	a à la puissance $\frac{1}{n}$, $n^{\text{ième}}$ racine de a (si $a \geq 0$ alors $\sqrt[n]{a} \geq 0$)

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	a à la puissance $-n$, l'inverse de a^n
$\lvert x \rvert$	le module ou la valeur absolue de x, c'est-à-dire $\begin{cases} x & \text{pour } x \geq 0,\ x \in \mathbb{R} \\ -x & \text{pour } x < 0,\ x \in \mathbb{R} \end{cases}$
$\equiv$	est identique à
$\approx$	est à peu près égal à
$>$	est supérieur à
$\geq$	est supérieur ou égal à
$<$	est inférieur à
$\leq$	est inférieur ou égal à
$\not>$	n'est pas supérieur à
$\not<$	n'est pas inférieur à
$\Rightarrow$	implique
$\Leftrightarrow$	implique et est impliqué par
u_n	le $n^{\text{ième}}$ terme d'une suite ou d'une série
d	la raison d'une suite arithmétique
r	la raison d'une suite géométrique
S_n	la somme des n premiers termes d'une suite, $u_1 + u_2 + \ldots + u_n$
S_∞	la somme d'une suite infinie, $u_1 + u_2 + \ldots$
$\sum_{i=1}^{n} u_i$	$u_1 + u_2 + \ldots + u_n$
$n!$	$n(n-1)(n-2)\ldots 3 \times 2 \times 1$
${}^n\mathrm{C}_r$	$\frac{n!}{r!(n-r)!}$
–	le discriminant d'une équation du second degré, $\Delta = b^2 - 4ac$
$f(x)$	l'image de x par la fonction f
f^{-1}	la fonction réciproque de la fonction f
$f \circ g$	la fonction composée de f et g
$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$	la dérivée de y par rapport à x
$f'(x)$	la dérivée de $f(x)$ par rapport à x
$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}$	la dérivée seconde de y par rapport à x
$f''(x)$	la dérivée seconde de $f(x)$ par rapport à x
$\int y\,\mathrm{d}x$	l'intégrale indéfinie de y par rapport à x
$\int_a^b y\,\mathrm{d}x$	l'intégrale indéfinie de y par rapport à x entre les bornes $x = a$ et $x = b$
e^x	la fonction exponentielle de x

$\log_a x$	le logarithme de base a de x
$\ln x$	le logarithme népérien de x, $\log_e x$
sin, cos, tan	les fonctions trigonométriques
$\mathrm{A}(x, \quad y)$	le point A du plan cartésien x et y
[AB]	le segment de droite dont les extrémités sont A et B
AB	la longueur de [AB]
(AB)	la droite passant par les points A et B
$\hat{A}$	l'angle en A
$\mathrm{C\hat{A}B}$	l'angle entre [CA] et [AB]
– ABC	le triangle dont les sommets sont A, B et C
$\mathrm{P}(A)$	la probabilité de l'événement A
$\mathrm{P}(A')$	la probabilité de l'événement « non-A »
$\mathrm{P}(A \mid B)$	la probabilité de l'événement A sachant B
$x_1, \quad x_2, \quad \ldots$	les observations
$f_1, \quad f_2, \quad \ldots$	les effectifs associés aux observations $x_1,\ x_2,\ \ldots$
$\mathrm{E}(X)$	l'espérance d'une variable aléatoire X
μ	la moyenne de la population
σ^2	la variance de la population
σ	l'écart type de la population
$\bar{x}$	la moyenne d'un échantillon $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ d'observations
$\mathrm{P}(X = x)$	la probabilité que la variable aléatoire X prenne la valeur x
$\mathrm{B}(n, \quad p)$	la distribution binomiale de paramètres n et p
$\mathrm{N}(\mu, \quad \sigma^2)$	la distribution normale de moyenne μ et de variance σ^2
$X \sim \mathrm{B}(n, p)$	la variable aléatoire X suit une distribution binomiale de paramètres n et p
$X \sim \mathrm{N}(\mu, \quad \sigma^2)$	la variable aléatoire X suit une distribution normale de moyenne μ et de variance σ^2
r	le coefficient de corrélation de Pearson

MCNS uniquement

$\mathbb{C}$	l'ensemble des nombres complexes, $\{a + b\mathrm{i} \mid a\,,\ b \in \mathbb{R}\}$
i	tel que $\mathrm{i}^2 = -1$
z	un nombre complexe
z^*	le conjugué de z
$\lvert z \rvert$	le module de z
$\arg z$	l'argument de z

$\mathrm{Re}z$	la partie réelle de z
$\mathrm{Im}z$	la partie imaginaire de z
$\mathrm{cis}\theta$	$\cos\theta + \mathrm{i}\sin\theta$
$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$	forme exponentielle d'un nombre complexe (forme d'Euler)
${}^{n}\mathrm{P}_{r}$	$\frac{n!}{(n-r)!}$
$\Leftarrow$	est impliqué par
$[a, \quad b]$	l'intervalle fermé $a \le x \le b$
$]a, b[$	l'intervalle ouvert $a < x < b$
$f \ : A \to B$	f est une fonction telle que chaque élément de l'ensemble A possède une image dans l'ensemble B.
$\lim\limits_{x \to a} f(x)$	la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers a
$\frac{d^n y}{\mathrm{d}x^n}$	la dérivée $n^{\text{ième}}$ de y par rapport à x
$f^{(n)}(x)$	la dérivée $n^{\text{ième}}$ de $f(x)$ par rapport à x
$\left.\begin{array}{ll} \arcsin, & \sin^{-1} \\ \arccos, & \cos^{-1} \\ \arctan, & \tan^{-1} \end{array}\right\}$	les fonctions trigonométriques inverses
cosec, sec, cot	les inverses multiplicatifs des fonctions trigonométriques
$\boldsymbol{v}$	le vecteur $\boldsymbol{v}$
$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$	le vecteur représenté en norme et direction par le segment de droite orienté reliant les points A et B
$\boldsymbol{a}$	le vecteur-position $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$
$\boldsymbol{i}, \quad \boldsymbol{j}, \quad \boldsymbol{k}$	les vecteurs unitaires dans les directions des axes de coordonnées cartésiennes
$\lvert\boldsymbol{a}\rvert$	la norme du vecteur $\boldsymbol{a}$
$\left\lvert\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right\rvert$	la norme du vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$
$\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{w}$	le produit scalaire de $\boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{w}$
$\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{w}$	le produit vectoriel de $\boldsymbol{v}$ et $\boldsymbol{w}$
$f(x)$	la fonction de densité de la variable aléatoire continue X
$\mathrm{Var}(X)$	la variance de la variable aléatoire X